وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة بغداد

كلية الاداب – قسم الآثار



مسائل رياضية في ضوء نصوص مسمارية منشورة وغير منشورة

رسالة قدمها الطالب

شعيب فراس ابراهيم القطان

إلى

مجلس كلية الآداب – جامعة بغداد

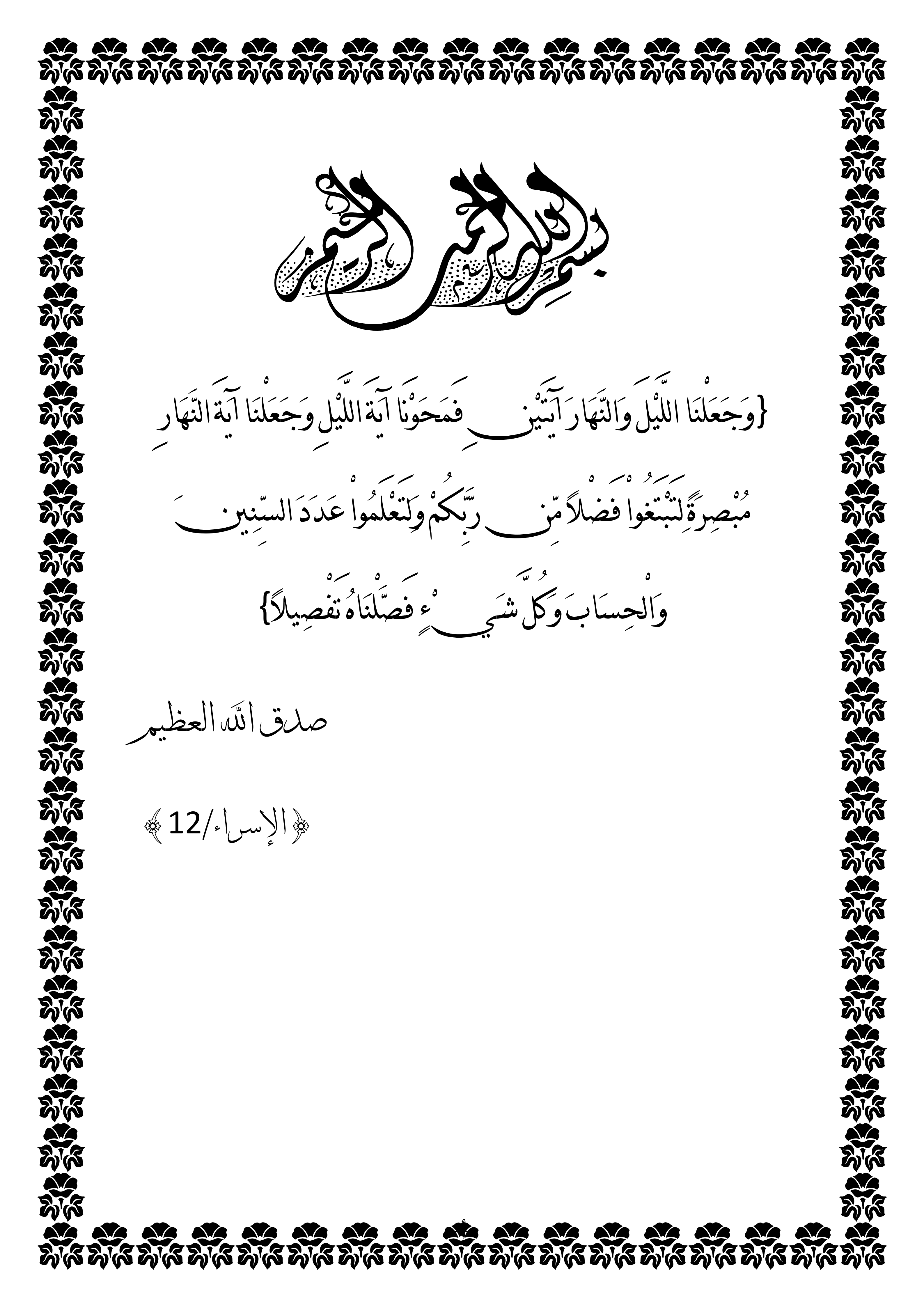
وهي جزء من متطلبات نيل شهادة الماجستير

في الآثار القديمة (الدراسات المسمارية)

بإشراف الاستاذ الدكتور

باسمة جليل عبد

١٤٤٠ هـ . **بغداد** **٢٠١٨م.**



بسم الله الرحمن الرحيم

{وَجَعَلْنَا اللَّيْلَ وَالنَّهَارَ آيَتَيْنِ فَمَحَوْنَا آيَةَ اللَّيْلِ وَجَعَلْنَا آيَةَ النَّهَارِ مُبْصِرَةً لِتَبْتَغُوا فَضْلًا مِنْ رَبِّكُمْ وَلِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ وَالْحِسَابَ وَكُلَّ شَيْءٍ فَصَّلْنَاهُ تَفْصِيلًا}

صدق الله العظيم

﴿الإسراء/12﴾

إقرار المشرف

أشهد بأن إعداد هذه الرسالة قد جرى تحت إشرافي في كلية الآداب – قسم الآثار – جامعة بغداد وهي جزء من متطلبات نيل شهادة الماجستير آداب في قسم الآثار.

المشرف

التوقيع

الاسم: د. باسمه جليل عبد

التاريخ: 14 / 8 / 2018 م

إقرار رئيس قسم الآثار

بناءً على التوصيات المتوافرة أرشح هذه الرسالة للمناقشة.

رئاسة قسم الآثار

التوقيع:

الاسم: د. ليث مجيد أحمد

رئيس قسم الآثار

التاريخ: 14 / 8 / 2018

اقرار المقوم اللغوي

اشـهد بـان هـذه الرسـالة الموسـومة (**مسـائل رياضـية فـي ضـوء نصـوص مسمارية منشورة وغير منشورة**) المقدمة من قبل الطالب (**شـعيب فراس ابراهيم القطـان**) قد تمت مراجعتها من الناحية اللغوية وتصحيح ما ورد فيها من اخطاء لغويـة وتعبيرية وبذلك اصبحت الرسالة مؤهلة للمناقشة بقدر تعلق الأمر بسلامة وصحة التعبير.

التوقيع:

المقوم اللغوي: أ.د خميس عبدالله علي

كلية الاداب - قسم اللغة العربية

٢٠١٨/٩/٩

إقرار الخبير العلمي

أشهد ان الرسالة الموسومة (**مسائل رياضية في ضوء نصوص مسمارية منشورة وغير منشورة**) التي تقدم بها الطالب (**شعيب فراس ابراهيم القطان**) قد جرى تدقيقها وتصويبها ووجدتها صالحة من الناحية العلمية.

أ.م د. أحمد ناجي سبع

كلية الاداب – قسم الاثار

جامعة بابل

٢٠١٨/٩/٢٥

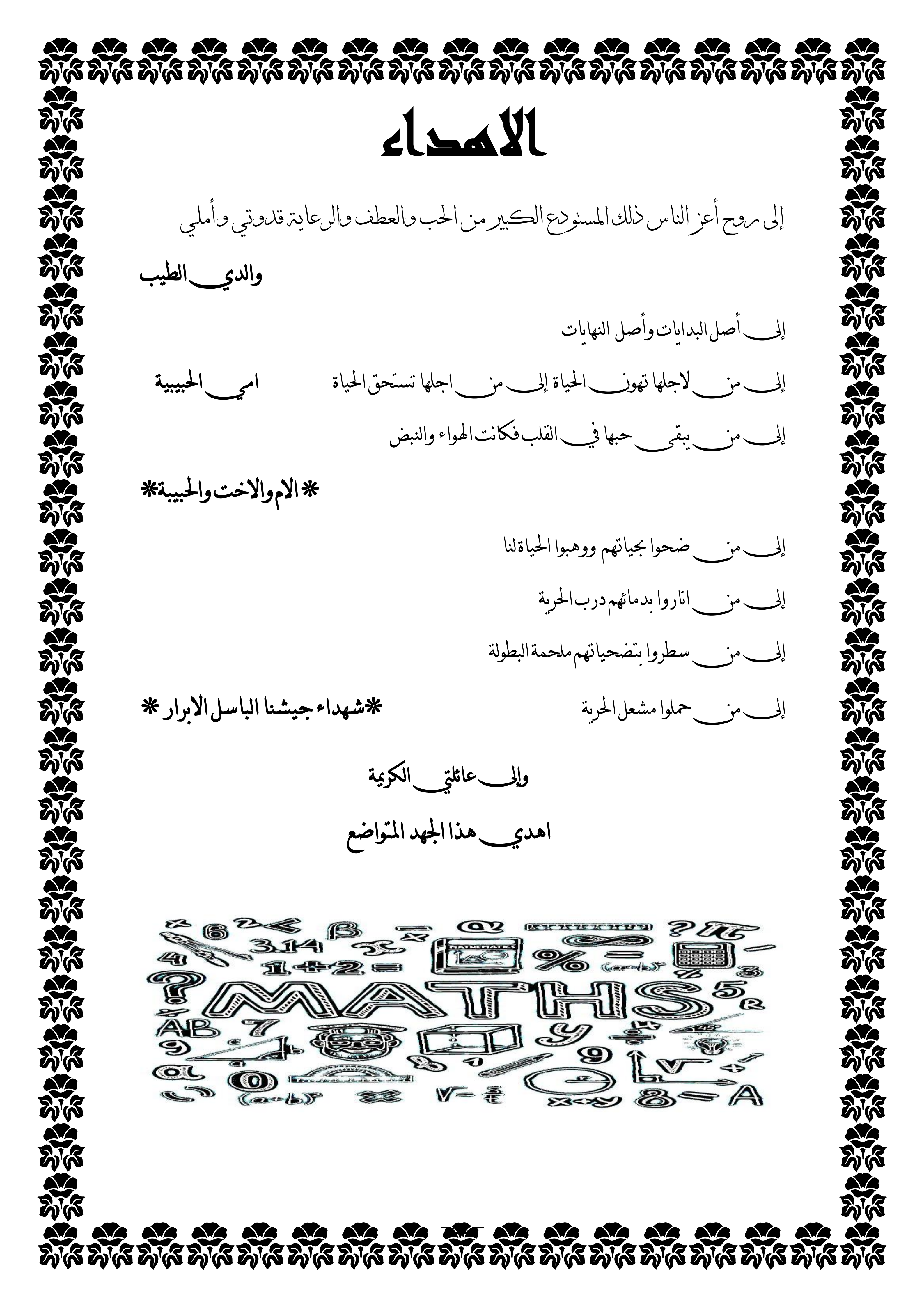
إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا اطلعنا على الرسالة المقدمة من الطالب (**شعيب فراس ابراهيم القطان**) الموسومة بـ(**مسائل رياضية في ضوء نصوص مسمارية منشورة وغير منشورة**) وقد ناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها ورأينا بأنها جديرة بالقبول لنيل شهادة الماجستير آداب في الآثار القديمة (الدراسات المسمارية) وبتقدير (   ).

التوقيع:	التوقيع:
أ.د. سجى مؤيد عبد اللطيف	**أ.د. باسمه جليل عبد**
رئيساً	المشرف عضواً
التاريخ: 14 / 11 /2018م	التاريخ: 14 / 11 /2018م
التوقيع:	التوقيع:
أ.م.د. ليث مجيد حسين	**أ.م.د مها حسن رشيد**
عضواً	عضواً
التاريخ: 14 / 11 /2018م	التاريخ: 14 / 11 /2018م

صدِّقت من مجلس كلية الآداب – جامعة بغداد .

التوقيع
الدكتور صلاح فليفل عايد الجابري
عميد كلية الآداب
التاريخ: 19 / 11 /2018 م



الاهداء

إلى روح أعز الناس ذلك المستودع الكبير من الحب والعطف والرعاية قدوتي وأملي

والدي الطيب

إلى أصل البدايات وأصل النهايات

إلى من لاجلها تهون الحياة إلى من اجلها تستحق الحياة **امي الحبيبة**

إلى من يبقى حبها في القلب فكانت الهواء والنبض

*** الام والاخت والحبيبة ***

إلى من ضحوا بحياتهم ووهبوا الحياة لنا

إلى من اناروا بدمائهم درب الحرية

إلى من سطروا بتضحياتهم ملحمة البطولة

إلى من حملوا مشعل الحرية ***شهداء جيشنا الباسل الابرار ***

وإلى عائلتي الكريمة

اهدي هذا الجهد المتواضع



الحمد لله رب العالمين وأفضل الصلاة والسلام على سيد الخلق محمد وعلى آله الطيبين الطاهرين وصحبه الصالحين . والحمد لله الذي وفقني لانجاز هذه الرسالة بعونه وكرمه .

أود أن أتقدم بكل الشكر والثناء إلى من مدَّ يد العون لي وساعدني في انجاز هذا الجهد ، أولاً واخيراً استاذتي الفاضلة المشرفة على هذه الرسالة البرفسور (**أ . د باسمة جليل عبد**) المحترمة ، لتفضلها وموافقتها على قبول الإشراف عليه ، واختيار الموضوع وتزويدي بالمصادر العربية والاجنبية والنصوص المسمارية وسد النقص الموجود ولتوجيهاتها العلمية السديدة طوال مدة إعداد الرسالة ، والتي كان لها الفضل في إظهار هذا الجهد بالشكل الأمثل فلها مني كل الاحترام والتقدير والمحبة الدائمة سائلا المولى عز وجل ان يحفظها لنا ذخرا للمسيرة العلمية وان يوفقها في حياتها .

كما أود ان اتقدم بالشكر والعرفان إلى الاستاذ الدكتور عمار صديق محمود في كلية التربية قسم الرياضيات في جامعة الموصل لما قدمه لي من تسهيلات وحل المشاكل التي تخص بعض العمليات الرياضية وبقي مواكبا معي طوال مدة دراستي للنصوص واعداد الرسالة وتقريب البعيد الي وحل أغلب المشاكل التي واجهتني أسال الله العلي القدير ان يحفظه ويرعاه ويبارك له في عمره ويحفظه ذخرا للمسيرة العلمية .

كما أزجي جزيل الشكر والعرفان الى استاذي الاستاذ خالد سالم إسماعيل الذي ساندني وقدم الى النصائح فضلا عن تزويدي بالمصادر والمعلومات لذا ادعو من الله العلي القدير ان يحفظه ذخرا للعلم .

كما اتقدم بالشكر والعرفان الى الدكتور ثاري خليل جامعة أربيل والدكتور مؤيد محمد سليمان في جامعة الموصل على ما قدموه لي من مساعدة .

وأشكر كادر وموظفي قسم المسماريات في المتحف العراقي لتسهيل مهمة الحصول على نصوص الدراسة و الامور الادارية الخاصة بالإدخال والاخراج ولا سيما زميلتي نورا قصي عبد الرزاق .

كما اقدم شكري واعتزازي الى اساتذتي في مرحلة البكالوريوس في كلية الاثار جامعة الموصل اخص بالذكر منهم (أ .د عامر عبد الله الجميلي ، د . معاذ حبش خضر ، د . نبيل خالد شيت ، د . صفوان سامي ، د . أمين نافع ، د . شيماء علي النعيمي ، د . ياسر جابر ، أ .م حسنين حيدر عبد الواحد م . أحمد ميسر ولجميع اساتذة قسم النقوش واللغات العراقية القديمة

كما اقدم شكري واعتزازي الى زملائي بقسم الاثار في الدراسة من مرحلة الماجستير والدكتوراه ولاسيما (رياض ابراهيم وعلي كريم وعمار الربيعي وأحمد الامارة ومؤيد القيسي ونور حميد وهند شهاب وسوزان سليم) فلكم مني كل الاحترام والامتنان والمحبة الدائمة .

ولا أنسى أن أضع جانبا ممزوجاً برائحة الورد ونكهة الوفاء وأن أشكر أصدقائي وأحبائي في المكتب التقني للطباعة والاستنساخ في مجمع كليات باب المعظم - بغداد (محمد قاسم الربيعي وفرقد قاسم الربيعي) على كل ما قدموه من تسهيلات من سحب وتعديل وغيرها سائلا المولى عز وجل أن يحفظهم ويبقى المحبة والود بيننا على مدى الايام .

الباحث

شعيب فراس القطان



المحتويات

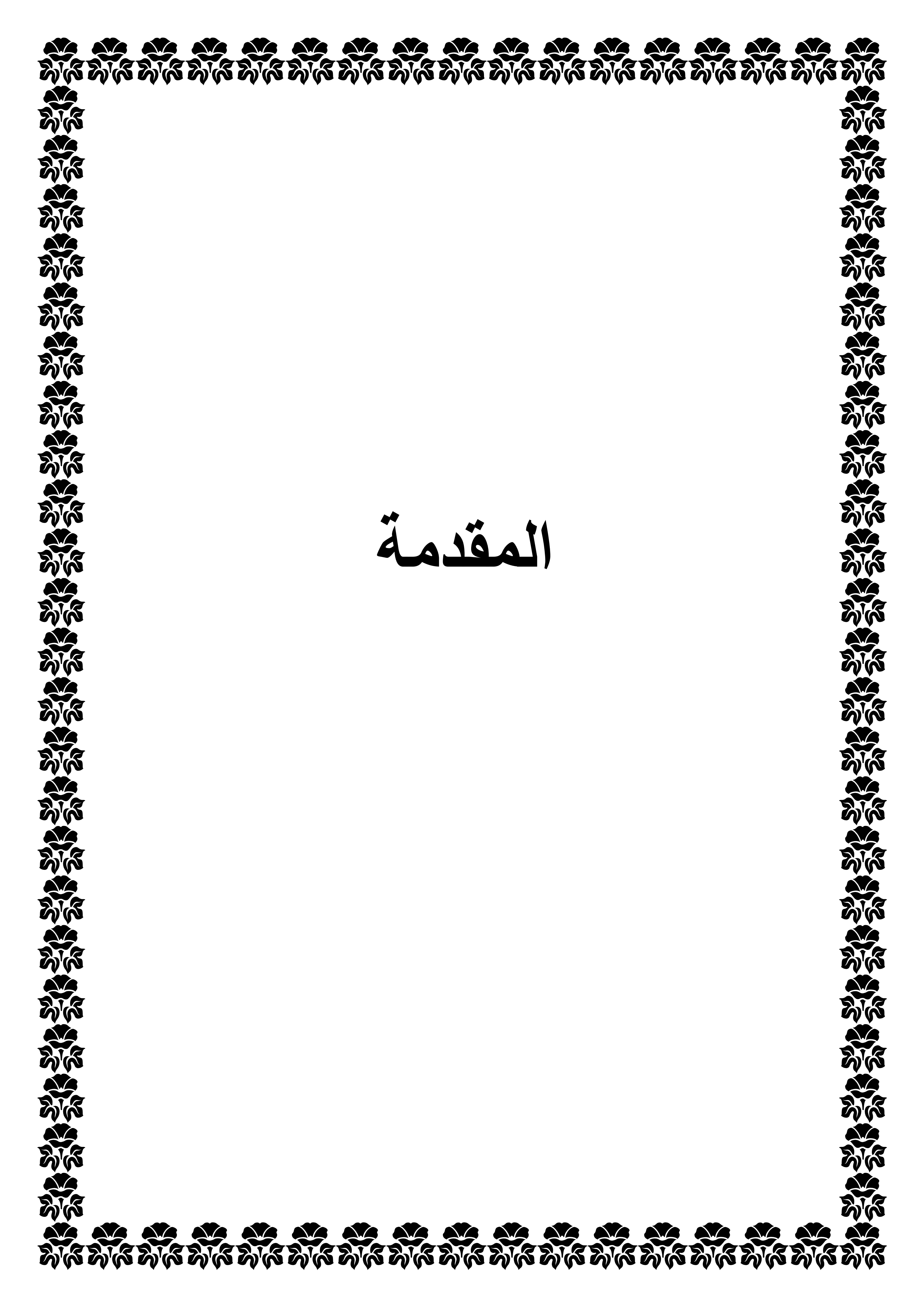
قائمة المختصرات الاجنبية:-

AHw	von Soden, W., Akkadisches Handwörterbuch (Wiesbaden 1959-1981) .
ACM	Association for Computing Machinery,
AHES	Archive for History of Exact Sciences
AHJ	The Accounting Historians Journal
AIA	Archaeological Institute of America
AJSL	The American Journal of Semitic Languages and Literatures, Chicago 1895-1941
AnOR	Analecta Orientalia , Rome , (1931 ff.)
AOS	American Oriental Series (New Haven , 1925 ff.).
ARCBMT	A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Texts
ASH	A Social History 1979 ff.).
ASOR	The American Schools of Oriental Research
BASOR	Bulletin of the American Schools of Oriental Research (New Haven 1919ff.)
CAD	Gelb, E., & Others, The Assyrian Dictionary of the University of Chicago (Chicago 1956ff.).
CDLJ	Cuneiform Digital Library Journal
CDA	Black, J. , & Others , A Concise Dictionary of Akkadian , (SANTAG 5, 1999) .
DSL	Etymological Dictionary of the Sumerian Language
HSS	The University of Chicago Press on behalf of The History of Science Society
JAS	Journal of Archaeological Science (London / New York 1974ff.)
JCS	Journal of Cuneiform Studies (New Haven/Boston etc. 1947ff.).
JENS	Journal of Near Eastern Studies .
MA	The Mathematical Association
MDA	Labat, R., Manual D'Epigraphie Akkadienne.
MKT	O. Neugebauer , Mathematische Keilschrift Texte , Berlin , 1935ff.
MS	Mathematics in School
MSL	Landsberger, B., Materialien zum Sumerischen Lexikon. (Rom

	1937ff.).
OECT	Oxford Editions of Cuneiform Texts (Oxford 1923 ff.)
PUS	Printed in the United States of America
RIA	Reallexikon der Assyriologie , Berlin, 1932 ff**.**
YBC	Tablet Siglum , Yale Babylonian Collection NewHaven
ZA	Zeitschrift fur Assyriologie und Vorderasitosche,(Leipzig – Berlin),(1886ff).

المختصرات والرموز العامة

No.	العلامة أو الرمز Singe Band	Meaning	المعنى
1.	Band	Part	بالألمانية جزء
2.	P.FF.	Following Page Following Pages	الصفحة التالية الصفحات التالية
3.	ibid	In the same page	في نفس الصفحة
4.	I.M	Iraq Museum	المتحف العراقي
5.	Le.edg	Left edge	الحافة اليسرى للرقيم
6.	No.	Number	عدد
7.	Obv.	Obverse	وجه الرقيم
8.	Op.cit	The same References	المصدر السابق
9.	p.	Page	الصفحة
10.	P.N.	Personal name	اسم علم
11.	Rev.	Reverse	قفا الرقيم
12.	Up.edg	Upper edge	الحافة العليا للرقيم
13.	Vol.	Volume	الجزء
14.		Broken Sing From Up	علامات مكسورة من الأعلى
15.	( )	Words Added in Translation for quotation	كلمات أضيفت عند الترجمة إلى العربية وأيضاً استعملت للاقتباس
16.	?	Uncertain reading of signs	قراءة غير أكيدة للعلامات
17.	!	Sign abnormal in form but to be read as transliterated	علامات شاذة ولكن تقرا حسب الترجمة (سياق المعنى)
18.	[ ]	Broken sings	علامات مكسورة
19.	[XXXXX]	Unknown signs	علامات غير معروفة
20.	“ “	literally	حرفيا
21.	< >	Scribal Omissions (signs)	(علامات) نساها الكاتب
22.	&	and	و
23.	نق		نصف القطر
24.	ط		محيط الدائرة



المقدمة

المقدمة

تمتد جذور العلوم والمعارف في بلاد الرافدين الى عصور تسبق ظهور الكتابة وخلال منتصف وأواخر الالف الرابع ق.م ومع اختراع الكتابة المسمارية وتدوين اللغة تمكن الانسان من نقل خبراته الى الاجيال اللاحقة له لا سيما ما يخص العلوم والمعارف ، وعبر تناقل سكان بلاد الرافدين للاخبار والاحداث والتي كانت أغلب العلوم والمعارف الانسانية تصل عبر الاجيال من جيل الى آخر من خلال النقل الشفوي ، وما أن ظهر التدوين حتى باتت تلك العلوم والمعارف في العصر الحديث ملاذا للباحثين عن العلم والمعرفة والتزويد بالمعلومات والبحث والتقصي عن محاولات من سبقهم من دون الحاجة الى البدء من الصفر بل البدء من حيث انتهى الأولون ومحاولة تفسير أو فهم ما توصلوا اليه ، على الرغم من مرور آلالف السنين على اختراع الكتابة فان العديد من الامم ظلت تستخدم النقل الشفوي للقصص التاريخية ، كذلك الرياضيات إذ وصلتنا العديد من الكتابات المسمارية في بلاد الرافدين والتي تشير الى اهتمامهم بعلم الرياضيات .

لكلِّ علم من علوم الحياة قصة طويلة ولها تاريخ شيق مليء بالمغامرات والمفاجئات كان الانسان أول من وضع اساسياتها نظرا لمتطلبات عيشه والرغبة في ابتكار وسائل جديدة تقلل من صعوبات الحياة فعمل وابتكر كل ما كان بوسعه وسجل لنا تلك الابتكارات على نصوص من الطين والتي تضمنت أغلب مجالات الحياة ومنها النصوص الرياضية التي تعدُّ واحدة من أهم المصادر التي اعتمدها الباحثون في دراسة علوم الرياضيات في بلاد الرافدين كان هذا بعد عمل دؤوب لهم في هذا المجال وفك رموز وأسرار هذا العلم وقد غصت المتاحف الأجنبية والعراقية بآلاف الرقم الطينية عن طريق التنقيبات الأثرية التي اجريت في غالبية المواقع في بلاد الرافدين .

لذا تعد النصوص الرياضية من النصوص المهمة مما حفزنا على اختيار موضوع الدراسة فقد تضمنت الرسالة (15) نص رياضي وهي من المجاميع المصادرة التي لم يتم تثبيت مصدرها في سجلات المتحف العراقي ; لأنها لم ترد عن طريق التنقيبات الاثرية ، لذا يصعب على الدارس تحديد موقعها ، وبعد دراسة مفصلة ودقيقة للنصوص يمكن تحديد مصدرها والعصر الذي تنتمي إليه وبما أَنَّ النصوص هي نصوص رياضية فإنَّها تخلو من المدن والسنوات التاريخية التي يثبت من خلالها العصر وإن يذكر في بعض الاحيان اسماء الا أنَّ هذا ليس دليل مقنع في اثبات عائديه النصوص ، ويبقى أحيانا شكل النص والعلامات المسمارية وطريقة كتابة الارقام هو الحد الفاصل لمعرفة العصر وإن لم يكن بالشيء اليسير.

اعتمدت هذه الدراسة على مجموعة مهمة وقيمة من مصادر المعلومات وكان أبرزها اعداد لابأس بها من النصوص المسمارية والوثائق المدونة فضلا عن النصوص الرياضية ذات العلاقة بالمسائل الهندسية والتي عالجت مواضيع ذات صلة مباشرة بفهم بعض القضايا الهندسية والجبرية فضلا عن غالبية العمليات الحسابية المرتبطة بالحياة العامة في مجتمع بلاد الرافدين.

إن من اكثر المشاكل التي واجهتنا في هذه الدراسة هي قلة النصوص المسمارية التي تهتم بالجانب الرياضي فضلاً عن عدم معرفة العصر الذي تعود اليه والكسور والتهشمات التي كانت قد انتابت تلك النصوص.

وقد قامت هذه الدراسة بالأساس على أهم الآراء والدراسات العلمية والبحوث المهمة التي قدمها الباحثون الاجانب والعرب في هذا المجال نذكر منهم(O.Neugebauer نيوكبور) ، (ساخس Sachs) ، والباحثة (الينور روبسون E.Robson) (فرابيرج J.Friberg) والباحث (مارفين باول M. A. Powell) و(J. Høyrup) فضلا عن المعاجم العالمية (اللغوية / المسمارية) المشهورة <u>CAD</u> ، <u>AHW</u> ، <u>CDA</u> ، <u>DSL</u> , <u>MDA</u> والدراسات المقدمة من الباحثين العراقيين

ومنهم: الاستاذ طه باقر ، ، الدكتور فاروق الراوي ، الاستاذ خالد سالم والدكتورة باسمة جليل.

قسمت الرسالة الى ثلاثة فصول وهي كالاتي :

الفصل الاول : الرياضيات في بلاد الرافدين وقد قسم على ستة مباحث تناول المبحث الاول الرياضيات وجذورها التاريخية ، في حين تناول المبحث الثاني اسباب نشوء علم الرياضيات ، أما المبحث الثالث فقد سلط الضوء على كيفية عملية الحساب والتعبير عن الأعداد والأرقام ، والمبحث الرابع تناول أهم الانظمة المتبعة النظام العشري والنظام الستيني في بلاد الرافدين ، وعني المبحث الخامس بالجبر والهندسة في حضارة بلاد الرافدين وسلط الضوء في المبحث السادس على أهم حدث في تاريخ علم الرياضيات هو الصفر.

أمَّا الفصل الثاني : أصناف النصوص الرياضية وقد قسم على ثلاثة مباحث عني المبحث الاول بالعمليات الحسابية ، وأهتم المبحث الثاني بالجذور التربيعية والتكعيبية وأخيراً المبحث الثالث الهندسة والجبر.

أمَّا الفصل الثالث فكان للنصوص المسمارية غير منشور.

قسمت النصوص غير المنشورة على أربع مجاميع المجموعة الاولى خصت لنصوص العمليات الحسابية ، والمجموعة الثانية لنصوص المساحة ، والمجموعة الثالثة خصصت للنصوص الهندسية والمجموعة الرابعة والاخيرة خصصت لمفاهيم رياضية أخرى

أمَّا الملاحق فدرجت فيها القوائم والجداول واستنساخات النصوص المسمارية وصورها وألحقت بالرسالة والاستنتاجات التي افضت إليها هذه الدراسة.

ومن الله التوفيق



الفصل الأول

الرياضيات في بلاد الرافدين

المبحث الأول: الرياضيات وجذورها التاريخية

أولاً :- الرياضيات لغتاً واصطلاحا.

ثانياً :- الجذور التاريخية لعلم الرياضيات

المبحث الثاني : نشوء علم الرياضيات.

المبحث الثالث : كيفية عملية الحساب والتعبير عن الأعداد والارقام.

المبحث الرابع : النظام العشري والنظام الستيني في بلاد الرافدين.

المبحث الخامس : الجبر والهندسة في حضارة بلاد الرافدين.

المبحث السادس : الصفر أهميته وتاريخه في بلاد الرافدين.

الفصل الأول

الرياضيات في بلاد الرافدين

المبحث الأول

الرياضيات وجذورها التاريخية

أولاً:- الرياضيات لغةً واصطلاحا

لغــةً: الرياضـيات هـو اسـم ومصـدر صـناعي (ر و ض) مـن المصـدر (رِيَاضَـة) أو (راضَ) و(رياضـة) والجمع بها (رياضيات) ، وعلم (الرِّياضـة) هو علم يدرس الكميات العددية والعلاقات بينها والكميات الفراغية والعلاقات بينها فضلا عن دراسة القياسات والخصائص والعلاقات الرياضية باستخدام الأرقام والرموز، وتتضمن الحساب والجبر والهندسة، وتشمل فروعا مثل الرِّياضـة البحتة والرياضة الحديثة والرِّياضة التطبيقية[1].

اصـطلاحاً : الرياضـيات هـو علـم الدراسـة المنطقيـة لكـم الأشـياء وتكيفهـا وترابطها كما أنَّه علم للدراسة البحثية التسلسلية للقضايا والانظمة الرياضية وهو واحد من أكثر اقسام المعرفة الإنسانية فائدة وإثارة وتشويق[2] ، وقد اطلق عدة تعاريف من الباحثين والمستشرقين على علم الرياضيات وأن يعجز ايصال التعبير لتعريفه وذلك لشموله العديد من المواضيع التي يضمها بمحتواه منها على سبيل المثال لا الحصر

---

[1] المنجـد فـي اللغـة والاعـلام ، بـاب الـراء ، ط:45 ، دار المشـرق ، بيـروت ، 2012 ، ص287.

ينظر كذلك : المعجم الوسيط ، ط5 ، القاهرة ، 2011 ، ص382.

[2] مريزيـق ، هشـام يعقـوب ; درويـش جعفـر نـايف ، أسـاليب تـدريس الرياضـيات ، ط:1 ، دار الراية للنشر والتوزيع ، عمان ، 2008 ، ص47.

دراسة الأعداد والكميات والصيغ والعلاقات فضلا عن الحساب والذي يدرس مسائل تتعلق بالأعداد والعمليات الحسابية[1] ، ويتضمن الجبر حل المعادلات (وهي صيغ رياضية تقوم أساسا على المساواة) وتمثل فيها الاحرف مثل الـ(س ، ص) كميات مجهولة في حين تدرس الهندسة خواص وعلاقات الاشكال فيما بينها ، في حين عُرِّفَ الرياضيات أيضاً هو لدراسة الهندسة والحساب والقياس فضلا عن دراسة الأبعاد والتغيير والبنية والفضاء[2].

وبشكل آخر هو علمٌ يقوم بدراسة واسعة وشاملة لجميع البنى المجردة من خلال استخدام عددٍ من البراهين الرياضيّة، فضلا عن دراسة التدوين الرياضي والمنطق، ودراسة شاملة لجميع الأعداد وأنماطها المختلفة.[3]

واطلق على الرياضيات في بلاد الرافدين انه نتاج فكري متميز بأسلوب علمي ورياضة للعقل البشري وهو افراز طبيعي لجوانب التطور الاقتصادي والفكري والاجتماعي في بلاد الرافدين[4].

وعرّفه آخرون بأنه علم تراكمي البنيان (المعرفة التالية تعتمد على معرفة سابقة) يتعامل مع العقل البشري بصورة مباشرة وغير مباشرة ويتكون من أسس ومفاهيم – قواعد ونظريات – عمليات – حل مسائل (حل مشكلات) وبرهان يتعامل مع الأرقام والرموز [5].

---

[1] J. M. Dubbey , Mathematics of Ancient Babylon , MS Vol: 5 , No: 1 , 1976 , P. 10.

[2] Douglas G. , The Significance of Ancient Mesopotamia in Accounting History , AHJ , Vol: 11 , No: 1 , 1984 , P.98.

[3] Zeidler , E., Oxford User's Guide to Mathematics. Oxford, 2004. P.1188.

[4] S .D. Elliot ; A. Lazere , Out of Their Minds , The Lives and Discoveries of 15 Great Computer Scientists. JCS. 1998 , P.228.

[5] مريزيق ، هشام يعقوب ; درويش جعفر نايف........، المصدر السابق ، ص49.

وتشتمل علوم الرياضيات جميع النصوص المتعلقة بالقضايا الرياضية كما يستدل عليها من اسمها فهي عبارة عن مسائل يسأل بها المخاطب ويعطي فروض القضية أو معطيات المسألة ثم الخطوات التي لا بد من السير بموجبها لإيجاد نتيجة الحل في النهاية[1] ، كما أنها تخص الكثير من المواضيع الخاصة بالهندسة (المستوية والمجسمة) والجبر وكذلك المعادلات الانية المتنوعة والمعادلات الخطية [2] ، وغيرها من المسائل التي تتعلق بأمورهم العامة في حياتهم اليومية ببلاد الرافدين ومنها مسائل عملية حفر القنوات[3] ، أو توسيعها ونقل التراب وحساب الكميات[4] ، فضلا عن وضع جداول رياضية كثيرة بجانب جداول الأوزان والمقاييس وهذه اشارة واضحة إلى الغرض التطبيقي أساسا للرياضيات واستعملت جداول النظائر الثنائية في حساب الفائدة المركبة وقد انشأت قوائم خاصة بالمعاملات اللازمة لحسابات معينة في استعمال مواد يومية[5].

---

[1] O.Neugebauer , Mathematische Keilschrift Texte , MKT vol:3 , 1935 , P.42.

[2] J. Friberg. , Geometric division problems, quadratic equations, and recursive geometric algorithms in Mesopotamian mathematics , AHES Vol: 68 , 2014 , PP. 3-7.

[3] الراوي ، فاروق ناصر ، العلوم والمعارف ، حضارة العراق ، ج2 ، بغداد ، 1985 ، ص303.

- Raymond C.A. , Babylonian Mathematics ,Vol: 26 , No: 1 , 1936 , P. 63.

[4]Tom B. Jones , Bookkeeping in Ancient Sumer , AIA , Vol: 9 , No:1 , 1956 , P.17.

-Mark Altaweel , Investigating agricultural sustainability and strategies in northern Mesopotamia , results produced using a socio-ecological modeling approach , JAS , vol:35 , 2008 , P.829.

[5] جون ، اوتس ، تاريخ بابل مصور ، ت: سمير عبد الرحيم الجلبي ، بغداد ، 1990 ، ص 280.

وقد تنوعت فيما بعد هذه الجداول إذ اشتملت على جداول الضرب والمعكوسات[1] ، وجداول قوى الأعداد والقوى التي ترفع اليها وقد اتبعت طريقة علمية دقيقة في ترتيب تلك الجداول لتساعدهم على استخراج قيمة أي عدد على وفق تلك الجداول وهو شبيه بالنظام المتبع في الوقت الحاضر[2].

كما يعرف الرياضيات بأنه ذلك العلم الذي يهتم بالتحقق في أصل المسائل وايجاد الطرق الرياضية القياسية وحل أغلب المشاكل الحسابية بالسعي إلى ايجاد النتيجة[3].

وهناك تعريف آخر أيضا للعلوم الرياضية في بلاد الرافدين والتي يقصد بها جميع الأمور والمسائل الحسابية التي تهتم بالحساب وايجاد الحلول والمشاكل الرياضية بطريقة قصيرة منتجه بالبراهين ولكنها مقتضبة التفاصيل[4].

واخيرا يعرف الرياضيات على أنه دراسة الأعداد و أنماطها إذ كانت خطواته الأولى من المعارف التجريبية ولكنه حقق بعدئذ خطوات في غاية التقدم والابداع ، وان ما حققته علوم الرياضيات لا يقل أهمية عن الفكر والادب بل يزيد بقية العناصر الحضارية الأخرى[5].

---

[1] M. A. Powell , Sumerian Numeration and Metrology , University of Minnesota , 1971 , P.55.

[2] موغريت روثن ، علوم البابليين ، ت: يوسف حبي ، بيروت ، 1980 ، ص130.

[3] R. Michel Dummett, “What is Mathematics About” in Alexander George , Mathematics and Mind, , Oxford, 1994, PP. 11-26.

[4] J. Høyrup , The Roles of Mesopotamian Bronze Age Mathematics Tool for State Formation and Administration – Carrier of Teachers’ Professional Intellectual Autonomy vol:66, No:2 Roskilde University, Denmark , 2007 , PP.257-260.

[5] K. R. Nejat , Systems For learning Mathematics In Mesopotamian Scribal Schools , Yale University and the University of Connecticut ,Stamford , JNES, Vol: 54, No. 4 , 1995 , P.241.

والرياضيات تنفي عن الحضارة العراقية القديمة صفة الفكر المثالي أو الاسطوري وتكشف عن توجهات علمية نظرية سبقت معارف اليونان والهنود بعشرات القرون إذ المح الكُتَّاب والمؤرخون اليونان السبق لرياضيي بلاد الرافدين في مجال الرياضيات والفلك[1].

ثانيا :- الجذور التاريخية لعلم الرياضيات

إنَّ لتاريخ علم الرياضيات أثراً مهماً منذ أقدم العصور في بلاد الرافدين وأهميتها ثمينة في تاريخ الحضارات الأخرى كما ان التقدم الفكري للجنس البشري مطابق تماما للفكر العلمي فضلا عن ان السجلات والنتائج الرياضية التي تركها لنا رياضيو بلاد الرافدين سجل موثق للتقدم اذ يشير الباحثون في الوقت الحاضر إلى أن تلك السجلات والنتائج في العصور القديمة تركت اثر صداها إلى الوقت الحاضر[2].

كما تظهر أغلب العلاقات والتي تخص الحساب والجبر والهندسة فهي كمثيلتها من العلوم الأخرى إذ قدم رياضيو بلاد الرافدين العديد من الابتكارات في هذا المجال[3].

يتصور العديد من الناس أنَّ الرياضيات على الرغم من وجودها منذ قديم الزمان ليس لها تاريخ يذكر وهذا التصور بني على فكرة أنَّ الأرقام والموضوعات

---

(1) الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص293.

(2) T. Jacobsen , Mathematical Cuneiform Texts , BASOR , No: 102, New Haven , 1946 , P.17.

(3) E. Robson , Mathematics , Metrology & Ional Numeracy , University of Cambridge , 2007 , PP.415-417.

الرياضية ليس من شأنها أن تتغير ومن ثمَّ فان الرياضيات والعمليات الحسابية في السابق ربما تختلف اختلافا كبيرا عما هي عليه في الوقت الحاضر[1].

ومن هذا المنظور فإنَّ كتابة تاريخ علم الرياضيات ليس سوى تحديد الظروف والأحوال التي حصلت فيها الاكتشافات الرياضية لتوضح كيف ومتى أصبحنا نطلّع على بعض الحقائق الرياضية المعينة [2]، بل على العكس ان تاريخ علم الرياضيات هو أكثر إثارة من ذلك بكثير فربما يمكننا القول إنَّ من البديهي لعلم الرياضيات بأنه يختلف من ثقافة إلى أخرى إذ يختلف شكل وتدوين كتابة الأرقام فضلا عن التعامل معها[3].

يختلف الرياضيات بمكوناته والغاية منه فنجد أنَّ الجواب سيكون مغاير أيضاً من ثقافة إلى اخرى ووصف هذه الفروق الثقافية عبر جميع الثقافات في العالم وتفسير أسبابها وأخذ جميع الافكار بعين الاعتبار[4].

فعلم الرياضيات من العلوم المهمة التي عني بها من قبل رياضيي بلاد الرافدين واعطوا له قسطا وافرا من اهتماماتهم المعرفية إذ امتاز هذا النتاج الفكري بطابعه النظري الصرف فمن خلال الأعداد الهائلة من النصوص المسمارية التي أمدتنا بها التنقيبات وأعمال الحفر في المواقع الأثرية في العراق والتي تضمنت أغلب

---

[1] E. Robson , Mesopotamian Mathematics , SHB , Oxford , PP.153-155.
[2] T. Mann , History of Mathematics and History of Science , Vol: 102 , No:3 , Chicago , 2011 , PP. 518-520.
[3] J. Friberg , The Early Roots of Babylonian Mathematics. Remarkable Texts from Ancient Ebla', Vicino Oriente 6 Vol:3, 1986, PP.3-4
[4] E. Robson, Mathematics in Ancient Iraq ASH, Oxford , 2008 , PP.2-5.

المضامين التي تخص المسائل الرياضية[1] ، مضافا اليها العديد من القطع الفريدة من نوعها الموجودة في المتاحف العالمية المشهورة[2].

وبعد مدة تقدر بأكثر من مائة عام من الجهود العلمية المتواصلة لقراءة الباحثين المتخصصين في هذا المجال من الدراسات المسمارية وتحليلهم لهذه النصوص أصبح من الممكن التعرف على العديد من النظم والعمليات الحسابية التي اعتمدت واستخدمت عبر العصور المختلفة والتي اضطلع بها رياضيي بلاد الرافدين وهي تعود إلى رحلة بعيدة وشيقة من القدم[3].

وتعود أصول علم الرياضيات إلى عصور أقدم من هذه الأزمان ففي العصر الشبيه بالكتابي وجدت جداول حسابات بقوائم حيوانات وطيور وأسماك وتبلور تدريجيا نظام الجرايات مما استلزم وجود وحدات قياس مثل الكور والسيلا وغيرها والتي استوجب استخدام عمليات الطرح والجمع[4] ، وقياس الزوايا واستخدموا الأرقام الكبيرة ثم الصغيرة[5] ، على ما يبدو إنَّ السومريين قد استخدموا النظام العشري قبل النظام الستيني أو كلاهما معا في بادئ الأمر ، فقد ظهر أول استخدام للنظام الستيني في النصوص الاركائية[6].

فعلى سبيل المثال إنَّ العصر الأكدي والعصر السومري الحديث يمكن أن يكونا الأساس الأول الذي بني عليه علم الرياضيات وإن سبقتها بعض العمليات

---

[1] Abed , Basima Jaleel , Old Babylonian Mathematical Texts In The Iraqi Museum From Larsa and Pikasi , Sumer , vol: LV , 2010 , P.87.

[2] J. George Gheverghese , Non-European Roots of Mathematics Third Edition , Oxford , 2011 , P.132.

[3] E. Robson , The uses of mathematics in ancient Iraq, 6000–600 BC , from Mathematics Across Cultures: the History of Non-Western Mathematics , 2000, PP.93-96.

[4] Tom B. Jones , Bookkeeping in Ancient Sumer……op.cit , PP. 20-21.

[5] J. M. Dubbey , Mathematics of Ancient Babylon……, op.cit , P.11.

[6] ساكز ، هاري ، عظمة بابل –موجز حضارة بلاد وادي الرافدين القديمة– ت: عامر سليمان ، الموصل ، 1979 ، ص515.

الحسابية البدائية والتي خصت بالحياة اليومية من عملية جمع وحساب لواردات المعبد من مواد وماشية فكان لابد من اتباع نظام حسابي كفوء للسيطرة واتباع أدق الأنظمة[1] ، ومن ثم شهد تطورا واضحا وملحوظا وبلغ أوج ازدهاره في العصر البابلي القديم بحدود القرنين(التاسع عشر والثامن عشر ق.م)[2].

شهد علم الرياضيات حالة من الازدهار لاسيما في العصر البابلي القديم وكذلك في العصور الأخرى حتى العصر السلوقي المتمثل بعصر سلوقس الأول ضمن العصر السلوقي والذي ازدهر فيه علم الرياضيات في بلاد الرافدين[3].

وشاع استخدام هذا النظام (النظام الستيني) في العصر البابلي القديم نتيجة تطور وازدهار جميع العلوم والمعارف[4] ، وهو نظام قديم ومقدس اذ إنَّ الرقم (60) يمثل الاله انو في أعلى مراتبه ، والنظام العشري ربما كان أقل استخدام وأهمية في بادئ الأمر وهذا يتضح من خلال إنَّهُ رمز للألهة عشتار بالرقم (10) ، فضلا عن أنَّهُ شاع استخدامه عند السومريين وبظهور الرسم بزاوية (360 درجة) وهو تحديد خط الاستواء على الأرض والسماء في الفلك[5].

في السابق كان من المتعارف عليه ان علم الرياضيات ازدهر وبرز في عصرين في التاريخ الحضاري لبلاد الرافدين هما العصر البابلي القديم (2000-1600 ق.م) والثاني متمثلا بالعصر السلوقي (أواخر القرن الرابع وحتى منتصف

---

[1] J. George Gheverghese , Non-European……..op.cit , PP.125-133

[2] عبد ، باسمة جليل ، نصوص رياضية من المتحف العراقي ، مجلة سومر ، مج54 ، 2009 ، ص239.

[3] اسماعيل ، خالد سالم ، مظاهر التوحد في العلوم الصرفة ، وقائع ندوة وحضارة بلاد الرافدين –دائرة التراث العربي والاسلامي في المجمع العلمي ، الموصل ، 2001 ، ص145.

[4] برغاميني ، ديفيد ، الرياضيات ، ت: نجاح شمعة قدورة ، دمشق ، 1969 ، ص10.

[5] فريبرك ، ي ، الاعداد والقياسات في أقدم السجلات المكتوبة ، مجلة العلم ، الكويت ، مج3 ، 1987 ، ص11.

القرن الثاني ق.م) ، وذلك لأنَّ أقدم النصوص الرياضية المكتشفة تعود إلى هذين العصرين على الأغلب ولكن من خلال الدراسات الحديثة للنصوص الرياضية والمعلومات التي افرزتها أصبح بإمكاننا القول إنَّ علم الرياضيات قد غطى أغلب العصور التاريخية التي مرت على بلاد الرافدين[1].

من خلال التنقيبات والتي تم الكشف عنها على نصوص رياضية عرفت منذ العصر السومري القديم وأخرى تعود للعصر الاكدي وهنالك العديد من النصوص الرياضية التي تعود إلى هذا العصر وتخبرنا ببعض العمليات الحسابية وطريقة تدوين الأرقام فضلا عن بعض العمليات الهندسية[2] .

أخذ الاكديون نظام الأعداد والحساب المستخدم من السومريين بشقيه العشريّ والستينيّ وطوَّروه ونشروا العمل به على نطاق واسع في أرجاء دولتهم[3] وتمكنوا من تطوير النظام الستيني في الحساب والإرتقاء به لوضع جداول مختلفة مستمرا إلى عصر سلالة أور الثالثة (العصر السومري الحديث) (2112–2004 ق.م) وتحديدا النصوص المكتشفة في مدينة شروباك (تل فارة حاليا) وذلك بحدود منتصف الالف الثالث ق.م[4].

وفي العصر الاشوري الحديث (911–612 ق.م) استخدم الآشوريون نظام الأعداد نفسه ، الذي توارثوه من السومريين والذي استمر صداه على من تبعهم من

---

(1) ساكز ، هاري ، عظمة بابل ....، المصدر السابق ، ص520 .

(2) Benjamin R. Foster ; E. Robson , "A New Look at the Sargonic Mathematical Corpus" , ZA , vol:94 , 2004 , P.1

(3) T. Mann , History of Mathematics and History…, op.cit , PP. 518-520.

(4) Tom. B. Jones , Bookkeeping In Ancient Sumer…..op.cit , PP. 16-18.

الأكديين ، اللذين أغنوا هذا النظام بالإضافات المعرفية التي اكتسبوها من خلال اهتماماتهم المستمرة بتطوير علومهم[1].

أما العصر البابلي الحديث (629–539 ق.م) فقد تمكن البابليون فيه من ابتكار الفاصلة ووضعها بين الأعداد للفصل بينها تارة ، ولتمييزها عن بعضها البعض تارة أخرى ، وشاع استخدام الجذور بفرعيها التربيعية والتكعيبية والتي ترجع اصولها إلى عصور اقدم ، وأدخلوها في حساباتهم وتفننوا في علوم الجبر والمثلثات ، وتركوا أكثر من 300 رقيم طيني تضمن جداول رياضيَّة تحتوي على معلومات متطورة جدا استخدم فيها النظامين العشريّ والستينيّ معاُ ، وتمكنوا نهاية القرن الرابع ق. م من اختراع الصفر، وإدخالهم لهذه المرتبة العددية في سلسلة الأعداد المتعارف عليها، واستخدامه بشكل واسع في حساباتهم[2].

---

[1] L. Hodgkin , A History of Mathematics From Mesopotamia to Modernity , press , 2005 , PP.16-18

[2] J. M. Dubbey , Mathematics of Ancient Babylon……, op.cit , P. 10.

المبحث الثاني

نشوء علم الرياضيات

الرياضيات من العلوم المهمة والتي لا يستغنى عنها أي فرد مهما كان عمره لأنَّها تشغل حيزا كبيرا في الحياة مهما كانت درجة رقيها وتقدمها ، فالرياضيات في المجتمع تكتسب أهميتها النسبية من مجتمع لآخر تبعا لتقدم هذا المجتمع وتعقد حياته التي تحتاج إلى وسيلة لكثير من الأمور كالقياس والترتيب وبيان الكميات والمقادير والازمان والمسافات والحجوم وغيرها[1].

لم يقتصر النتاج الفكري لبلاد الرافدين على العلوم الإنسانية فحسب بل تعدى الأمر إلى العلوم الصرفة ومنها علوم الرياضيات ومع إنَّ علم الرياضات من العلوم الصرفة المجردة إلاَّ أنها كانت في بداياتها من المعارف التجريبية أو التطبيقية استوجبتها التطورات الحضارية ذات العلاقات بالحياة اليومية والمتمثلة بالحياة الاقتصادية[2] ، والاجتماعية والفكرية وإنَّ ما حققه علم الرياضيات لا يقلُ أهمية عن غيرها من جوانب الفكر والأدب ، فمن خلالها خطت الرياضيات خطوات سريعة وواسعة نحو الابداع فتم من خلالها اكتشاف مجموعة من الحقائق العلمية المجردة التي غدت أساسا لعلم الرياضيات في العصور اللاحقة[3].

---

(1) مريزيق ، هشام يعقوب ; درويش جعفر نايف.........، المصدر السابق ، ص49.

(2) O. Neugebauer & Sachs , AOS , , Vol : 75 , PP.1-3.

(3) سليمان عامر ، العراق في التاريخ القديم (موجز التاريخ الحضاري) ، ج2 ، الموصل ، 1992 ، ص296.

أخذ علم الرياضيات في بلاد الرافدين مركزاً مهما في هذه الحضارة العريقة اذ عد مقياسا يوضح مدى رقي وتقدم البشرية كما عد تاريخه واهتمامه مرآة للحضارات الأخرى فيما بعد[1].

لقد تضمنت النصوص الرياضية في بلاد الرافدين قضايا عديدة منها ما يخص الجبر والهندسة ومنها ما يضم جداول مطولة للأعداد خصصت لعمليات الضرب والقسمة وأخرى للجداول التربيعية والتكعيبية وحساب مربعات الأعداد وقد نظمت بطريقة رائعة جدا[2].

كما لا بد من الاشارة إلى أن العديد من النصوص جاءتنا بالدرجة الرئيسة من مدينة نفر[3] ، فضلا عن النصوص الرياضية المدرسية التي وصلت الينا من مدينة تل حرمل وهي تمثل في مضامينها تمارين مدرسية ويلاحظ ذلك جليا من خلال مشاهدة النصوص إذ أنَّها قد أعيد كتابتها بطريقة مختلفة وأقل مهارة من قبل الطلاب وقت ذاك[4].

ظلت معلوماتنا على مدى ما توصل اليه رياضيو بلاد الرافدين في مجال علوم الرياضيات محدودا حتى نهاية العشرينات من هذا القرن على الرغم من كثرة ما اكتشف من نصوص مسمارية فالمعروف أنَّ النصوص الرياضية تميزت بصعوبة قراءتها البالغة والتعرف على دلالات العلامات المستخدمة فيها وضرورة معرفة القارئ التفصيلية بعلوم الرياضيات على الرغم من قلتها ، إذ بدأت معرفتنا بعلوم الرياضيات منذ عام 1930 تزداد تدريجيا ، وذلك بفضل جهود عدد من الباحثين

---

[1] هوجين لانسلوت ، الرياضة للمليون ، ت: حسن محمد حسين وآخرون ، مراجعة : محمد موسى احمد وآخرون ، دار العالم العربي ، القاهرة ، 1957 ، 1959 ، ص216.

[2] Asger A. , Some Seleucid Mathematical Tables (Extended Reciprocals and Squares of Regular Numbers) JCS , Vol. 19, No. 3 ,1965 , PP. 80-83.

[3] ساكز ، هاري ، عظمة بابل .... ، المصدر السابق ، ص520.

[4] جون ، اوتس ، تاريخ بابل مصور ....، المصدر السابق ، ص 280.

والمتخصصين في هذا المجال بل واختصوا بدراستها وتحليلها والتعرف على مضامينها ، وكان من نتاج هذه الجهود التي أغدقها الباحثون بعلم الرياضيات أوصلوا نتاج مفاده أن الجذور الأولى لعلم الرياضيات وجميع نظرياتها هي بالأصل تعود إلى العصور السومرية وامتدت هذه النظريات وتطورت في العصور اللاحقة وليس كما كان ينسب سابقا خطأً إلى الاغريق من القرن الثالث الميلادي[1] ، ومنها علم الجبر على سبيل المثال الذي انسبه أحد علماء الاغريق إلى الاغريق إلاَّ أنه بالأصل يرجع بأصوله إلى العصر البابلي القديم (2000–1600ق.م) ، لقد اكتشف رياضيو بلاد الرافدين اسس ومبادئ لعلم الجبر واهتموا به إلى درجة أَنَّهم حلوا بعض القضايا الهندسية باستخدام خصائص الأشكال بطرق جبرية ويعد ذلك من أقدم المحاولات في الجمع ما بين الشكل أي الهندسة والعدد أي الجبر[2].

لقد كان لرياضيي بلاد الرافدين الدور الأول والأساس في وضع أصول ومبادئ علم الرياضيات هذا ومنذ مطلع الالف الرابع ق.م إذ عثرت التنقيبات الاثارية التي اجريت في المواقع الاثرية في مناطق وسط وجنوب العراق على مجموعة كبيرة من الألواح الطينية والتي تضم في محتواها العديد من الأمور التي تخص الجانب الرياضي[3] ، والتي تمثل صنف من العلوم التي تدل في مضمونها على الابداعات العلمية التي حققها رياضيو بلاد الرافدين لاسيما في النصف الأول من الالف الثاني ق.م ولعلنا لا نبالغ إذا قلنا إِنَّهم انفردوا بفكر علمي ثاقب ومدى واسع من التطور في

---

[1] سوسة ، احمد ، حضارة وادي الرافدين بين الساميين والسومريون ، بغداد ، 1980 ، ص167.

[2] ايفز ، هوارد ، مقدمة في تاريخ الرياضيات ، ت: خالد أحمد السامرائي ، ط3 ، بغداد ، ص61–63.

[3] باقر ، طه ، موجز في تاريخ العلوم والمعارف في الحضارات القديمة والحضارات العربية الاسلامية ، بغداد ، 1980 ، ص157.

مجال علوم الرياضيات والتي اعقبتها نتائج علمية دقيقة الأمر الذي يجعلنا نقف بانبهار ونواصل التعلم في سبيل اكتشاف تلك النتائج الباهرة والمسائل المتنوعة في علم الرياضيات [1] ، أمَّا الغاية منها فيمكن أن نحصرها في أمر مهمٍ ألا وهو الاستفادة الكبيرة من هذه الجداول المطولة عند اجراء العمليات الحسابية أو لحل بعض التمارين الرياضية وهي شبيه بالحاسبة الالكترونية في الوقت الحاضر، فقد اختصرت تلك الجداول على الرغم من صغر حجمها في بعض الاحيان ، للسرعة في حل المسائل فضلا عن عدم تشتيت القائمين بحل العمليات الحسابية أو المسائل الرياضية إذ ما توفرت لهم هذه الجداول بنتائج جاهزة تيسر لهم ما بين ايديهم من حل المسائل الأخرى[2].

لقد امتازت النصوص الرياضية بندرتها ، وقلتها أيضا مقارنة بالنصوص الأخرى ، فهناك على سبيل المثال مليون رقيم مسماري منها (500) رقيم فقط يمثل نصوص رياضية جبرية وهندسية وبعض من هذه النصوص الرياضية جاءتنا من مدارس الكتبة وهي عبارة عن تمارين للطلبة وهي نصوص تعليمية خاصة بتعليم كافة المسائل الحسابية والعمليات البسيطة للوهلة الأولى[3].

إنَّ التقدم المفاجئ والانجاز الكبير الذي توصل اليه رياضيي بلاد الرافدين كان قد تطور على مستوى التدريب المهني المستمر إلى أن توصل إلى مستوى ابداعي لحل أشهر القضايا الرياضية والتي تمتد إلى وقتنا الحاضر[4].

---

[1] عبد ، باسمة جليل ، نص رياضي جديد من العصر البابلي القديم ، مجلة سومر ، مج53 ، 2005 ، ص137.

[2] اسماعيل ، خالد سالم ، نص رياضي جديد من المتحف العراقي ، مجلة سومر ، ج1-2 ، مج51 ، 2001-2002 ، ص105.

[3] K. R. Nejat , Systems for Learning Mathematics in……op. cit , P.241.

[4] أوبنهايهم ، ليو ، بلاد ما بين النهرين ، ت: سعدي فيضي عبد الرزاق ، ط2 ، بغداد ، 1986 ، ص 403.

إنَّ علم الرياضيات منذ بداية نشأته في بلاد الرافدين صب إهتم السكان له كونه يقوم على أساس تقسيم وتوزيع كل ما يرد من القصر أو المعبد بشكل عادل ومنصف وهذه المهمة كانت تقع على عاتق ذو الشأن المكلفون من قبل الملك أو الكاهن أو ربما هم من يقوم بهذه المهمة في الحياة الاجتماعية إلاَّ أنها تحمل في طياتها مفهوم ومبدأ الحساب[1].

---

(1) E. Robson , The uses of mathematics……..op.cit , PP.96-98.

المبحث الثالث

كيفية عملية الحساب والتعبير عن الأعداد والأرقام

الحساب لغةً واصطلاحا:

الحساب لغةً:

" الحسب : العدُّ والاحصاء والحسب ما عُدَّ وكذلك العدَّ مصدر عدَّ يَعدُّ والمعدود عدد"[1].

والحساب جاء في التهذيب : حسبت الشيء أحسبه حسابا وحسبت الشيء أحسبه حسبانا ، وقال الازهري إنما سمي الحساب في المعاملات حسابا لأنه يعلم بما فيه كفاية ليس فيه زيادة على مقدار ولا نقصان[2] .

الحساب اصطلاحا :

تعاريف عديدة ودقيقة اطلقت على علم الحساب وهي متشابهة على الاغلب بمضمونها وان اختلفت لفظا وتعبيرا ، فمنهم من يعرفه هو عملية لإخراج المجاهيل العددية وان ذلك لا يتم الا بأصول وقواعد توصلنا إلى النتائج المطلوبة[3].

ويعرف الحساب أيضا بأنه العلم الذي يعنى بالقدرة على دراسة الأعداد والعمليات الحسابية الأربعة التي تجري عليها مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة

---

[1] ابن منظور ، أبو الفضل جمال الدين محمد بن مكرم ، لسان العرب ، ج1 ، حرف الحاء ، بيروت ، 1950، ص311 ; المنجد في اللغة والاعلام ، باب الحاء ، المصدر السابق........، ص428.

[2] ابن فارس ، أبو الحسن أحمد بن فارس بن زكريا اللغوي ، (ت395هـ/1004م) ، مجمل اللغة ، تحقيق : زهير عبد المحسن سلطان ، ج1، بيروت ، 1984 ، ص233.

[3] الكرخي ، ابو بكر محمد بن الحسين ، البديع في الحساب ، تحقيق : عادل انبويا ، بيروت ، 1964 ، ص8.

فضلا عن الرفع إلى القوى وايجاد الجذر التربيعي والتكعيبي وتطبيق هذه العمليات في مسائل الحياة اليومية[1].

كما عُرف بأنه صناعة عملية في حساب الأعداد بالضم (الجمع) أو التفريق ، فالضم يكون في الأعداد بالافراد وهو الجمع وبالتضعيف تضاعف عددا بآحاد عدد آخر هذا هو الضرب ، والتفريق يدخل أيضا ضمن الأعداد إما إفرادا مثل إزالة عدد من عدد ومعرفة الباقي وهو الطرح ، وإما تفصيل عدد بأجزاء متساوية تكون عدتها محصلة وهو القسمة سواء كان هذا الضم والتفريق في الصحيح من العدد أو الكبير [2].

ولو نقارن بين لفظة حساب لغةً واصطلاحا سوف نلاحظ التطابق المتشابه من خلال المعنى اللغوي والمعنى الاصطلاحي من حيث تأكيده لأهمية العدد في الحساب وأن حسب الأشياء وعدها لا يتم عن غيره أي من غير العدد مع مرافقة مجموعة من العمليات الحسابية انفة الذكر وتلك تكون مبنية أساسا على وفق أصول معينة وعن طريقها نصل إلى الناتج المطلوب[3].

كما أن معرفة العدد وكمية أجناسه وخواصه وأنواعه وخواص تلك الأنواع هي من أصل مبدأ علم الحساب والذي يعني ويرتب من الواحد قبل الاثنين[4].

---

[1] لارج ، توري ، معجم الرياضيات المصور ، ت:محمد دبس ، بيروت ، 2010 ، ص14.
-Gorden ,E , Sumerian Proverbs , philadilphia , 1959 , P.199.

[2] المنشداوي ، خضير عباس محمد ، المعونة في علم الحساب الهوائي (لابن العائم المقدسي المتوفي – 815هـ) ، بغداد ، 1988 ، ص19.

[3] المنشداوي ، خضير عباس محمد ، تاريخ علم الرياضيات عند العرب ، اطروحة دكتوراه غير منشورة ، كلية الاداب ، جامعة بغداد ، 1990 ، ص107.

[4] الخوري ، موسى ديب ، قصة الارقام عبر حضارة الشرق القديم "دراسة تاريخية" ، منشورات وزارة الثقافة الجمهورية العربية السورية ، 2002 ، ص40.

ويعد الحساب أقدم وأبسط فروع علم الرياضيات إذ إنه يحوي دراسة الأعداد والطرق الحسابية وحل المشاكل والمسائل باستخدام الأعداد ، ويتضمن ذلك العمليات الأساسية الأربعة (الجمع- الطرح- الضرب والقسمة) مع تطبيق هذه العمليات في مسائل الحياة العامة ، وذلك لأن الحساب هو الأساس الذي يقوم عليه الكثير من الفروع الأخرى لعلم الرياضيات كالجبر والهندسة وعلم المثلثات وغيرها[1].

ففي غابر الأزمان كان الإنسان لا يعرف الأعداد وليس له دراية في عملية حسابها وكل ما كان يستطيع فعله هو تقدير الكمية بقليل أو كثير غير ملتزم بوزن أو عدد وبعبارة أخرى لا يفرق بين الآحاد والعشرات وربما اقتصرت على أصابع اليد ومن ثم قام بالتفكير بوسائل متعددة لمعرفة كيفية العد والحساب لحاجته لها[2].

لجأ الإنسان منذ العصور الحجرية إلى استخدام قطع الحجارة والحصى لحساب الأعداد وتذكرها واخبار غيره بها ، وقد اثبتت التنقيبات الأثرية التي أجريت في مواقع بلاد الرافدين انهم استخدموا وسائل متعددة للعد والحساب والتذكر والاخبار[3].

إنَّ لعلوم الرياضيات والحساب في بلاد الرافدين أهمية كبيرة إذ انها تعدُّ من المنجزات العلمية والحقائق المطلقة التي توصل لها رياضيو بلاد الرافدين والتي أصبحت فيما بعد مدعاة لتأثر العديد من الشعوب والأقوام التي لحقتها فقد دفعت المتخصصين في الوقت الحاضر للتطرق إلى مراحل تطوره عبر العصور والخوض

---

(1) اليانور ، روبسون ، الرياضيات في العراق القديم " التاريخ الاجتماعي" ، ت:هشام بركات بشر حسين ، ج1 ، الرياض ، 2013 ، ص99-104.

(2) Cajori . F. , A History of Mathematics , London, 1909 , PP.5-7.

(3) سليمان ، عامر ، الكتابة المسمارية ، الموصل ، 2000 ، ص38.
ينظر كذلك:

- Oppenheim , A.L., "On An Operational Device in Mesopotamian Bureacracy", JNES, Vol:18 , 1959 , PP.121-122.

في العديد من المسائل الحسابية التي تخص النظام الحسابي وعلى وجه الخصوص حساب الأعداد وقيمها من خلال قراءتها وترجمتها أي تحديد مرتبتها في النص المسماري والتي أمدتنا به التنقيبات الاثرية[1].

عمد كثير من الباحثين إلى التطرق لعديد من الجداول الرياضية التي عنيت بهذا العلم للتعرف على بداياتها واستخداماتها والغاية منها اذ كانت تستخدم لتجنب الوقوع في الخطأ أو الارباك في بعض الاحيان عند حل المسائل الحسابية في النصوص المسمارية الرياضية[2].

كما أنهم تعلموا كيفية حل العوامل المشتركة والمعاملات ورصد الحساب والمحاسبة وكل أنواع أسهم المدفوعات وعن كيفية تقسيم الملكية والحصص في تحديد المساحات والحقول ، وإنَّ مجمل ما توصل إليه رياضيو بلاد الرافدين من نصوص حسابية وقضايا علمية أعيد استنساخها من قبل تلاميذهم في المدارس النسخية إذ تؤكد النصوص الرياضية المدرسية المكتشفة أن الحساب كان من بين المواد الاساسية التي يدرسها التلاميذ في المدرسة اذ ورد في احدى النصوص يسأل الاستاذ تلميذه ما يأتي :-

"A.RA_3 IGI IGI .BA IGI.GUB.BA KID , $KURU_7$ SID.DU GA.LA"

---

[1] رشيد ، فوزي ، اللوح الرياضي من تل حرمل – قاعدة رياضية جديدة ، افاق عربية ، ع:11 ، 1979 ، ص92.

[2] اسماعيل ، خالد سالم ، حساب المرتبة العددية في رياضيات العراق القديم ، مجلة اداب الرافدين ، ع32 ، الموصل ، 1999 ، ص170-171.

"هل تعرف عملية الضرب ، والعامل المشترك ، موازنة الحسابات الادارية ، أو كيفية عمل الجرايات أو قسمة الثروة أو تحديد الحصص في حقل ما؟"[1]

ومن أبرز المهام التي تقع على عاتق التلاميذ في بادئ الأمر هو كيف يتعاملون مع الأعداد قبل أن يقوموا بكتابتها كي يتجنبوا الوقوع في الخطأ وقد وصلنا العديد من كتابات الطلبة في المدارس التابعة لمدينة نفر [2].

ويصعب تحديد المدة الزمنية التي دَوَّنَت فيه الأعداد ، ولكن يمكن القول إنَّه عندما أحس الإنسان بالحاجة إلى العد منذ بداية وجوده قام بالتفكير وابتكار نظام للعد بشكل بدائي وبسيط في بادئ الأمر ومن ثم تطور شيئا فشيئا حتى وصل إلى مرتبة من التطور والتقدم[3] .

أظهرت الدراسات الحديثة إلى مدى اهتمام الإنسان الأول بالعد والترقيم من خلال السبق الزمني الذي احرزه على كتابة الافكار وتدوينها[4] ، وربما من المحتمل أن يكون اختراعه لنظام العدد قديما عندما شعر بالملكية الخاصة من نزعته الفطرية في التملك ورغبته في الاحتفاظ بسجل لما يملكه من قطعان الماشية ، إذ دعت متطلبات الحياة وتطورها على المستوى الفكري والحضاري إلى أن يتوصل الإنسان إلى فكرة العدد ومن ثمَّ تعدُّ بوصفها وسيلة للتذكر والأخبار والعد والحساب ، ويمكن

---

[1] النعيمي ، شيماء علي أحمد عبد الرزاق ، المناهج التعليمية في العراق القديم في ضوء النصوص المسمارية ، قسم الاثار ، كلية الاداب ، جامعة الموصل ، 2001 ، ص73.

[2] أوبنهايهم ، ليو ، بلاد ما بين النهرين...... المصدر السابق ، ص 401–402.
K. R. Nejat , Systems for Learning Mathematics….op.cit , PP.241-245.

[3] ال ياسين ، محمد حسن ، الارقام العربية – مولدها – نشأتها – تطورها ، بغداد ، 1982، ص3.

[4] سعد ، قاسم علي، الارقام العربية – تأريخها واصالتها وما استعمله المحدثون وغيرهم منها، دبي – الامارات العربية المتحدة ، 2002،ص13–14.

القول إن عملية العد تتألف بصورة عامة من مقارنة الأشياء المطلوب عدها بما يناظرها من الأشياء المألوفة لدى الإنسان آنذاك[1].

ومن الأمثلة على ذلك أن تلك العلامات أو الاشارات التي تدل على الأرقام والأعداد والتي كان يضعها على الصخور والأحجار والفخار ، والحزوز أو التي كان ينفذها على العصي والاشجار وهذه العلامات جميعها كانت تعد اقدم المحاولات الأولى له لتدوين الأعداد بالرموز المكتوبة[2].

لا غرابة أن تبدأ حكاية الأرقام أو يبدأ تأريخها الطويل عند أقدم حضارات العالم ، وتحديدا لدى الأقوام التي سكنت في بلاد الرافدين ، مثل السومريين ، الذين أقاموا حضارتهم هناك منذ الألف الخامس قبل الميلاد ومن تبعهم من الأكديين والبابليين والآشوريين ، إنَّ هذه الأقوام التي رفدت الإنسانية بمعارف علميَّة قَيِّمة تشهد لها شعوب العالم أجمع إلى وقتنا الحاضر[3].

---

[1] اور ، اوستن ، نظرية الاعداد وتاريخها ، ت: محيي الدين يوسف ; محمد واصل الظاهر ، بغداد ، 1957 ، ص9.

[2] سليمان ، عامر ، اللغة الاكدية (البابلية – الاشورية) تاريخها وتدوينها وقواعدها ، الموصل ، 1991،ص107. ينظر كذلك:

- J. Hoyrup , Remarkable Numbers" in Old Babylonian Mathematical Texts: A Note on the Psychology of Numbers , JENS Vol: 52, No. 4 , Chicago , 1993 , PP.283-285.

[3] L. Hodgkin , A History of Mathematics From………op.cit , P.13

العدد لغة واصطلاحا

العدد لغةً

" هو لفظ مشتق من الجذر (ع، د، د،) فالعدُّ هو احصاء الشيء وتعدادهُ ، يُقال: عَدَهُ يَعُدُهُ عَدَّاً وتعداداً وعَدداً ، من ذلك قول الله تعالى بسم الله الرحمن الرحيم ﴿ وَأَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا ﴾ صدق الله العظيم[1] ، والمعنى أي: احصى كل شيء احصاءً فأقام عدداً مقام الاحصاء ؛ لأنه بمعناه" [2].

وقد جاءت لفظة العدَّ/العَدَد في اللغة السومرية $ŠID/ŠITA_5$[3] ويقابلها بالأكدية manû مَنو[4] أو minûtu[5].

العدد اصطلاحا :

هو اسم يدل على كمية الأشياء المعدودة ، وقد وضع لبيان كمية أحاد الأشياء ، والعدد عند المحققين هو الكمية المتألفة من الوحدات ، وعلى هذا الأساس لا يكون الواحد عددا بل مبدأ العدد ، وهناك من يعرف العدد بانه ما دل على كمية

---

[1] سورة الجن ، الاية: 28.

[2] ابن منظور ، ابو الفضل جمال الدين محمد بن مكرم، لسان العرب ، ط3،ج3، بيروت ، 1994، (مادة عدد)، ص27 ; ينظر كذلك :المنجد في اللغة والاعلام ، باب العين ، المصدر السابق ....، ص428.

[3] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية – الاكدية – العربية ، أبو ظبي ، 2016 ، صb:973

[4] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية..........، المصدر السابق ، صb:323.
CDA, p.195:b.

[5] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية – العربية ، أبو ظبي ، 2012 ، b:349

المعدود أو ترتيبه فإن دل على الكمية سمي عدداً اصلياً ، وإن دلَّ على الترتيب سمي عدداً ترتيبيا[1].

تلفظ الأعداد ابتداء من الواحد لدى رياضيي بلاد الرافدين بالشكل الاتي:

فالعدد واحد 1 ، وهو الخنصر، يسمى عندهم AŠ "آش" او DIŠ ويقابلها بالاكدية išten[2].

والعدد إثنان 2 ، البنصر، يسمى عندهم MIN "من" ويقابلها بالاكديةšina [3].

والعدد ثلاثة 3 ، الوسطى ، يسمى عندهم $EŠ_5$ "إيش" ويقابلها بالاكدية šalαšat-šalašu[4].

والعدد أربعة 4، السبّابة ، يسمى عندهم LUMMU "لمو" ويقابلها بالاكدية erbe'u[5] / erbe.

والعدد خمسة 5، الإبهام، يسمى عندهم LA_2 " لا " ويقابلها بالاكدية ḫamšu[6].

وبما أنَّ عدد أصابع اليد الثانية 5 أيضاً ، وتجنبا لتكرار نفس الأسماء، من 1 إلى 5 ، فقد ابتدعوا إضافة المقطع الأول من اسم العدد 5 إلى أسماء الأعداد من 1 إلى 4 وكأنما عملية الجمع لتعني بذلك 6 إلى 9، وهي أسماء مركبة وتلفظ على الشكل التالي:

---

(1) التميمي ، عبدالله علي محمد ، العدد في اللغة الاكدية (دراسة مقارنة) ، رسالة ماجستير غير منشورة ، الموصل ، 2008 ، ص7.

(2) M. A. Powell , op.cit , p. 13-17. ; MDA , P.43:1

(3) الجبوري ، قاموس اللغة السومرية......، المصدر السابق ، صa:1053. ينظر كذلك :
M. A. Powell , op.cit , PP.23-25 ; MDA , P.235:570.

(4) M. A. Powell , op.cit , PP.26-29 ; MDA , P.243:593 ; CDA ;P350;b.

(5) M. A. Powell , op.cit , P.33 ; CDA , P.76:b .

(6) M. A. Powell , op.cit , P.35 ; CDA , P.104:b .

العدد ستة 6 ŠUŠ "آي آش أو شوش" ويقابلها بالاكدية šeššu [1].

العدد سبعة 7 وهو يعد من الأرقام التي لها مدلول مهم لدى سكان بلاد الرافدين من الناحيتين الدينية والاجتماعية بغض النظر عن موقعه في مرتبة الأعداد[2] ، إذ أطلق عليه باللغة السومرية IMIN "آي من" ويقابلها بالاكدية sebu[3].

العدد ثمانية 8 USSU "آي شو– أوسّو" ويقابلها بالاكدية šamānu[4].

العدد تسعة 9 ILIMMU "آي لمو" ويقابلها بالاكدية têšu[5].

أما العدد عشرة، فاسمه U "أو" ويقابلها بالاكدية ešeret[6]. ، ولكل عدد لفظة اكدية تخص سواء مع المؤنث أو المذكر[7].

وضعفه العدد عشرون يسمى NIŠ "نش" ويقابلها بالاكدية ešrā[8].

ومن العدد عشرة ومركباته جاءت أسماء الأعداد التالية:

30 ثلاثون $UŠU_3$ „أو شو“ (أي 3 عشرات) ويقابلها بالاكدية šalāšā[9].

40 أربعون NIMIN „ نش من ني من “(أي 2 × 20) ويقابلها بالاكدية erbā[10].

---

[1]. M. A. Powell , op.cit , PP.36-38 ; MDA , P.189:411 ; CDA , P.368:b.

[2] الأسود، حكمت بشير،" قدسية العدد سبعة في حضارة وادي الرافدين"، مجلة أفاق عربية، عدد 9، بغداد، 1985، ص 96–97 .

[3] M. A. Powell , op.cit , PP.39-40 ; MDA , P.247:598c ; CDA , P.365:a.

[4] M. A. Powell , op.cit , P.41 ; MDA , P.247:598d. ; CDA , P.353:a .

[5] M. A. Powell , op.cit , P.42 ; MDA , P.247:598e. ; CDA , P.405:b .

[6] M. A. Powell , op.cit , P.43 ; MDA , P.189:411. ; CDA , P.82:a .

[7] اسماعيل ، خالد سالم ، " أسماء الاعداد في المدونات العراقية القديمة ومدونات البلدان المجاورة " الندوة العلمية على هامش مهرجان بابل الدولي الثاني عشر ، 2000 ، ص14.

[8] M. A. Powell , op.cit , P.48 ; MDA , P.211:471. ; CDA , P.83:a .

[9] M. A. Powell , op.cit , P.48 ; MDA , P.211:472. ; CDA , P.350:a .

[10] M. A. Powell , op.cit , P.49 ; MDA , P.213:473. ; CDA , P.76:b .

50 خمسون NINNU „ نش من أو“ (نيني أو) أي (2 × 20 + 10) ويقابلها بالاكدية ḫanšα.[1]

ومن ثم العدد 60 ستون وهو العدد المركزي في النظام الرقميّ السومريّ ، وينفرد بإِسم خاص به ، حيث يسمى GÍŠ „ گيش“ ويقابلها بالاكدية[2] šuššu.

ويمكن ملاحظة أنَّ قراءة الأعداد تقريبا متطابقة للعربية في الوقت الحاضر لفظا على اعتبار انهما يعودان إلى نفس فصيلة العائلة اللغوية للغات السامية[3].

ويتم حساب الكميات الأكبر بعملية ضرب بسيطة للعدد „60“ مع بقية الأعداد أي من 2 إلى 10.

أمثلة على ذلك:

120 =2×60 GÍŠ MIN " گيش من" ويقابلها بالاكدية šuššu šina.

180=3×60 GÍŠ EŠ "گيش ايش " ويقابلها بالاكدية šuššu šalašu.

240=4×60 GÍŠ LUMMU "گيش لمو" ويقابلها بالاكدية šuššu erbe.

300=5×60 GÍŠ LA "گيش لا " ويقابلها بالاكدية šuššu ḫamša.

360=6×60 GÍŠ ŠUŠ "گيش شوش" ويقابلها بالاكديةšuššu šeššu.

420=7×60 GÍŠ IMIN "گيش آي من" ويقابلها بالاكديةšuššu šebu .

480=8×60 GÍŠ USSU "گيش آي شو– أوسَّو" ويقابلها بالاكدية šuššu šamαnu[4].

540=9×60 GÍŠ ILIMMU "گيش آي لمو" ويقابلها بالاكدية šuššu têšu.

600=10×60 GÍŠ U " گيش أو" ويقابلها بالاكدية šuššu ešeret.

---

(1) MDA , P.213:475. ; CDA , P.104:b .
(2) MDA , P.213:480. ; CDA , P.389:b .
(3) الخوري ، موسى ديب......، المصدر السابق ، 150–190.
(4) M. A. Powell , op.cit , P.49-52.

بعدها يواصلون الحساب بالاستعانة بمضاعفات العدد 600

أي العدد 600 مضروباً بالعدد 60 مثل: 3600=60×600 ويسمى هذا العدد ŠÁR "شار" ويقابلها بالاكدية šāru[1].

ثم يضرب العدد "شار" بالعدد 10 36000=10×3600 ويسمى هذا العدد ŠÁR . U "شار أو" ويقابلها بالاكدية šāru ešeret[2].

ثم يضرب العدد "شار" (3600) بنفسه 12960000 =3600×3600 وتسمى النتيجة ŠÁR . GAL "شار جال" ويقابلها بالاكدية šāru-rabû أي "الشار الكبير– العظيم"[3].

وبضرب "الشار الكبير – العظيم" في 10، أي 129600000=10×12960000 لنحصل على ŠÁR .GAL.U "شار جال أو" ويقابلها بالاكدية šāru-rabû- ešeret[4].

وأخيراً، وحين يضرب العدد 60 بنفسه 6 مرّات، نحصل على أكبر عدد في منظومة الأعداد السومرية وهو العدد ŠÁR .GAL. ŠU.NU.TAG "شار جال شو نو تاج" ويقابلها بالاكدية šāru-rabû. :أي "الشار الأعظم": 60×60×60×60×60×60= 46656000000[5].

1 Šár = 60 bùr
1 Šár ' u = 10 Šár

---

[1] MDA , P.181:394. ; CDA , P359:b ; AnOR ,Vol II , P.130.
[2] AnOR , P.130 ; MDA , P.181:396.
[3] J. Friberg , A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Texts ARCBMT, Manuscripts in the Schöyen Collection Cuneiform Texts I , Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences , Sweden, 2007 , P.374.
[4] A. Seidenberg , The Sixty System of Sumer , AHES Vol. 2, No. 5, 1965 , P. 437.
[5] Hodg , Babylonian mathematics , chap1 , 2005 , P.29.

10 Šár gal =6 Šár ' u[1].

لقد تبين من كل ما ذكر أنَّ طريقة التعبير عن الأعداد مرت بمراحل مختلفة عبر العصور كما كان لرياضيي بلاد الرافدين دراية بعلم الحساب الخاص بالأعداد وطريقة تدوينها إذ اعتمدوا النظامين العشري والستيني سويا أساسا للعد عندهم [2] ، الاَّ أنَّ النظام الستيني كان أكثر شيوعا في أغلب النظم الحسابية ونجد صدى ذلك في الوقت الحاضر كتقسيم اليوم إلى ساعات ودقائق [3].

تبدو الأرقام في الوهلة الأولى وكأنها مختلفة تماما عن الأرقام التي نستخدمها في الوقت الحاضر سواء اكانت الاجنبية أم العربية الحديثتين وذلك كونها تتكون من أشكال اسفينية مطبوعة على الطين وأيضا لأنها تحسب على أساس نظام العد الستيني وليس النظام العشري[4] ، ولكن هذين النظامين في الحقيقة متشابهان كل التشابه من الناحية الفكرية ذلك أنَّ البابليين بدلا من استخدام 10 أرقام كالمعتاد في الوقت الحاضر استخدموا تسعة علامات للآحاد وخمس علامات للعشرات يمكن الجمع بينها بطرق مختلفة تماما لتكوين أعداد تصل إلى 59 ثم أنَّ علامات الأعداد تلك من 1−59 يمكن تنظيمها لتكون اعداد غير محددة إلى اللانهاية[5].

وبعبارة أخرى فان كلا من نظام العد البابلي ونظامنا العشري يستند إلى المبادئ الوضعية بمعنى أن ترتيب الأرقام له دلالة ففي النظام العشري مثلا الرقم 36 (ثلاث عشرات وستة آحاد) هو أصغر من الرقم (63) (ست عشرات وثلاث آحاد) وبنفس الطريقة فان الرقم 124 في النظام الستيني يشير إلى واحد من منزلة

---

(1) L. Hodgkin , A History of Mathematics From……op.cit , P.44 .

(2) الحميدة ، سالم محمد ، الارقام العربية ورحلة الارقام عبر التاريخ ، بغداد ، 1975 ، ص29−32.

(3) O. Neugebauer & A.J. Sachs , AOS , vol:29 , 1945 , P.2.

(4) E. Robson , The uses of mathematics……op.cit , PP.99-101.

(5) A. J. Sachs, Babylonian Mathematical Texts I. Reciprocals of Regular Sexagesimal Numbers , JCS, Vol: 1 , No: 3 ,1947 , PP. 220-222.

الستينات وأثنين من منزلة العشرات وأربعة من منزلة الاحاد (=84) وهو من 60+20+4 = 84 في حين الرقم 421 يشير إلى اربعة من منزلة الستينات وأثنين من منزلة العشرات وواحد من منزلة الآحاد (=261) 240+20+1 وعلى الرغم من الرقمين الاخيرين يتكونان من علامة متطابقة الا ان كل منهما لديه قيمة عددية تختلف بحسب ترتيب العلامات والأرقام ضمن الرقم المعني وعلى سبيل المثال الرقم (333) نفس العدد إلاَّ أن كل (3) لها مرتبتها بين الأعداد[1] ، ومن هذا المنطلق فان انظمة العدّ الوضعية هي ذات قيمة رياضية وعلمية عالية يوجد بها عمليا حد أعلى وحد أدنى لما يتم تدوينه من الأعداد أو ما يمكن استخدامه في الحساب[2].

إذ استخدموا دوائر مختلفة الأحجام للتمييز بين الأعداد 10 و 100 أو أنصاف دوائر للتمييز بين الأعداد 1 و 60 ، وبشكل عام فإنَّ الاثنان ، أي الكتابة والحساب توأمان في لغة السومريين ، كما هو عند غيرهم من الشعوب الأخرى ونمو كل منهما مكمل لنمو الآخر، وتطور هذا الإبداع الفكري الكبير عندهم في الألف الثالث قبل الميلاد ، وبالتحديد في عصر المسماة بفجر السلالات الأول من العصر السومري القديم الممتدة من 2800 إلى 2700 ق. م ، حيث ابتدعوا خلال هذا العصر نظامهم الرقمي ، وأسسوا لأول نظام عدّ في المجتمعات البشريَّة استخدموه في حياتهم لإنجاز مسائل حسابية مختلفة ، واعتمدوا في بادئ الأمر النظام العشري ، البدائي ، المنبثق من فكرة عدد أصابع اليدين البالغة عشرة أصابع وتم تطويره باتجاه النظام الستيني المتطور في علوم الأعداد ووظفوه في علوم مختلفة ، تشهد على سعة تفكيرهم واهتمامهم ، مثل الرياضيات والفلك والطب وغيرها من

---

[1] E. Robson , Learning mathematics and science in the ancient Middle East , Oxford , 2008 , P.3

[2] E. Robson, Mathematics in Ancient Iraq …..…….op.cit , P.9.

العلوم الأخرى ، وتركوا آثارهم على المئات بل الآلاف من الرُقُم الطينيَّة والفخارية والتي تحدثنا بذلك الان[1].

تمكن علماء الآثار من اكتشاف هذا الإرث العظيم ودراسته والاستفادة منه وتشير هذه الآثار إلى أنهم توصلوا إلى وضع أولى الإشارات المسمارية ، أي الأرقام لمنظومة الأعداد المستخدمة عندهم ومنحوا أعدادهم أسماء خاصة بها ، كان هذا في حدود عام 2700 ق.م في منطقة تل حرمل [2].

وقد عبروا عن ابداعهم الرياضي المتفوق عندما توصلوا إلى صياغة الجداول المشابهة لجداول اللوغاريتمات في الوقت الحاضر[3] .

فمن ضمن المبادئ الرياضية المهمة التي اعتمد عليها رياضيو بلاد الرافدين مبدأ المرتبة العددية فمعظم النصوص والجداول والمسائل والمعادلات الرياضية التي قاموا بإعدادها وتنظيمها روعي فيها مسألة المحافظة والالتزام بمواقع الأعداد بما يوافق قيمها ومراتبها الحقيقية ، وفرزها عن بعضها البعض بعناية فائقة[4].

ومن الأمور المدهشة التي واجهها علماء الاثار عندما بدأوا بقراءة وتحليل النصوص الرياضية وجدوا أنَّ هذا العلم والذي يطلق عليه علم الرياضيات قد وصل إلى مرحلة متقدمة من التطور من خلال تطور العلامات المسمارية التي عبرت عن

---

(1) A. Seidenberg , The Sixty System of Sumer………..op.cit , P. 436.

(2) Douglas G. , The Significance of Ancient Mesopotamia………, op.cit , P.89.

(3) السامرائي ، خالد أحمد ، رياضيات وادي الرافدين وأثرها في التراث الفكري الرياضي ، مجلة المورد ، مج14 ، ع4 ، ص27.

(4) اسماعيل ، خالد سالم ، حساب المرتبة العددية .... ، المصدر السابق ، ص 174.

الأرقام المستخدمة في المسائل الحسابية تبعا للعصر الذي يعود إليه النص الرياضي[1].

ولنا أن نبدأ في أولى العلامات التي تدل على رقم معين وهذا ما دونه لنا الكتبة في العصور السومرية الأولى فمن خلال ضغط حافة الازميل بشكل مائل سيظهر لنا شكل نصف بيضوي/دائري صغير[2] ، الذي يعبر عن الرقم (1) ويمكن تكرار هذا الشكل إلى تسعة مراتب في حين دونت العلامة ذاتها ولكن بشكل أكبر للدلالة على الرقم (60) وهي الأخرى من خلال تكرارها تعطي لنا أضعاف العدد(60) أما الرقم (10) فقد عبر عنه السومريون بشكل دائري ويتم رسمه من خلال ضغط العلامة بمؤخرة الازميل ولكن بشكل عمودي هذه المرة ● وبمضاعفة هذه العلامة وتكرارها سيحصل الكاتب على القيمة التي يطلبها وتحسب كل طبعة منها (10–10–10......الخ) [3]. إلى أن نصل إلى رقم 60 فتكتب كما ذكر أنفا[4].

في حين وضعت هذه الدائرة بداخل الشكل البيضوي الكبير للدلالة على الرقم (600) أي: (10×60 =600) ، أما الرقم (3600) فقد عبر عنه

[1] ساكز ، هاري ، عظمة بابل.........، المصدر السابق ، ص515.

[2] اسماعيل ، خالد سالم ، حساب المرتبة العددية .... المصدر السابق ، ص172.

[3] Hans .J. Nissen ; Peter Damerow ; Robert K. Englund , Archaic Bookkeeping Early Writing And Teechniques of Economic Administration in the Ancient Near East , Translated : Paul Larsen , London , 1993 PP.37-40.

[4] Sagg , H , W , F , Eevery Day Life in Babylonia and Assyria , London , 1965 , P.82.

السومريون بدائرة أكبر من الأولى بقليل ● وعندما توضع بداخلها دائرة صغيرة ◉ فقد كانوا يقصدون من ذلك الرقم (36000) أي: (36000=10×3600)[1].

وقد وجدت هذه الرموز منذ بداية الكتابة في بلاد الرافدين وكانت رموز بسيطة جدا في العصور المبكرة واستمرت حتى العصر الاكدي[2] .

أما في العصر السومري الحديث (عصر سلالة أور الثالثة) والعصر البابلي القديم فصاعدا فقد اتبع رياضيو بلاد الرافدين نظام جديد لتدوين الأرقام ولاقتصار ولكي يستغنى عن الأشكال والأنواع المتعددة من اقلام الكتابة التي استخدمها في العصور السابقة وهي استخدام شكل المسمار ليعوض عنها[3].فالمسمار العمودي والذي يدل على الرقم 1 𒁹 ولكتابة ارقام اكبر من 1 كانت تستخدم بمضاعفة العلامة ذاتها وهكذا حتى الوصول إلى الرقم 9 𒐞 ، أما الرقم 10 فقد خصت له شكل الزاوية 𒌋 وكلما قمنا بتكرار هذه الزاوية زادت تكرار مرتبة العشرات إلى أن نصل إلى الرقم 50 𒐐 ، أما الحدود العليا لهاتين المرتبتين مجتمعة تقف عند الرقم 59 والذي دون بالشكل 𒐐𒐞 ويلي بعد هذا العدد الرقم (60) والذي يرمز له بنفس علامة الرقم 1 𒁹 ومن خلال تكرارها نحصل على قيمة عددية اكبر للعدد(60−120−180...الخ)[4].

---

[1] J. George Gheverghese , Non-European……op.cit , PP.136-139.

ينظر شكل رقم (1).

[2] Schuneider , N, Die Keilschviftzeichen der wirtschaftsurhunden Von UR III , Istanbul , P.124.

- Hans .J. and other Archaic Bookkeeping , op.cit , PP.37-40.

[3] Cajori . F., A History of Mathematics……op.cit , P.5.

(ينظر شكل رقم 2)

[4] الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص298.

(ينظر شكل رقم 3).

اعتمد السومريون نظامين للترقيم ، الأول بسيط ويعتمد طريقة الترتيب البسيط للأرقام جنب بعضها البعض، وقد أُستُخدِم هذا النظام للأعداد التي قِيَمُها دون الـ 60 أما الأعداد التي تجاوزت هذا المقدار فيُصار إلى التعامل معها بطريقة أخرى ، وقد ابتدعوا لذلك مبدأ "المرتبة العددية"، أي تحديد قيمة العدد حسب مرتبته من الأعداد الأخرى، وعن طريق تزاوج الرقمين (جمعهما) ، الواحد والعشرة ، وتباين مواضعهما بالنسبة لبعضهما البعض ، فضلا عن اعتماد الجداول الخاصة بالضرب والقسمة، التي وضعوها لهذه الأغراض، تمكنوا من كتابة مختلف الأعداد المطلوبة

وقد عبروا عن المئة والتي عرفت بشكل رقمي وكتابي فكانت تكتب رقما ومعناها ان العامود الواحد يقرا 60 وكل زاوية تقرا 10 أي 40 (1(60)+(40)=100 أما كتابةً وهي غالبا ما ترد في النصوص المسمارية اليومية والتي تدل في مضمونها على الرقم 100 وتقرأ me[1] ، أما الرقم (1000) فيرمز لهذا الرقم بالعلامة المسمارية وتقرا لفظا كتابةً lim[2] وهي في الحقيقة مركبة من علامة العشرة والمئة (أي أن : 10×100=1000) وينطبق الحال نفسه على الرقم (600) الذي يلي مرتبة الستينات وباقي الأعداد[3].

كما عبروا على الرقم 3600 بنفس المسمار العمودي أي أن الواحد والستين والـ3600 كلها تكتب بالعلامة ولكن بشكل أكبر في كل المرة وكلما كانت المراتب أكبر زاد من مرتبة العدد[4].

فريبرك ، ي ، الاعداد والقياسات في أقدم السجلات........، المصدر السابق ، ص11.

(1) MDA , P.219:332.

(2) MDA , P201:449

(3) اسماعيل ، خالد سالم ، المرتبة العددية......... ، المصدر السابق ، ص176.

(4) ينظر شكل رقم (4)

وقد استخدموا لكتابة هذا الشكل أنواع متعددة من أقلام الكتابة ومن ثم استخدم الأقلام ذات اشكال المسامير ليعوضوا بالكتابة عنها[1].

أما كيفية بلورة هذه الأعداد والتعامل معها والقيم العددية في المسائل الحسابية مختلفة الطريقة من عصر إلى آخر وإن كانت في الحقيقة الغاية واحدة ، إذ انَّ النظام العشري اشتهر استخدامه في العصور السومرية المبكرة وقد كان على نطاق ضيق أما النظام الستيني فقد كان أكثر شيوعا وفي العديد من النظم الحسابية وهي الطريقة المتبعة إلى الوقت الحاضر[2] ، لاسيما في الوقت اذ قسمت الساعة إلى 60 دقيقة والدقيقة إلى 60 ثانية وايام السنة365 يوم[3] ، والأوزان والمكاييل والتي ترد في الوثائق الاقتصادية منذ العصور السومرية والتي استخدم بها المنا أساس نظام الأوزان إذ يزن المنا بين الباون والباونين والذي كان مقسما إلى 60 شيقل في حين كان لكل 60 منا يؤلف وحدة كبيرة تدعى طالن ، وقد اعتاد سكان بلاد الرافدين على الأرقام كأن تكون أ–ب–ج اذ كانت ج على سبيل المثال تمثل 60 صنفا لتلك في ب ووحدات ب تمثل 60 ضعفا من أ ، ومن هذه الفكرة نشأت لديهم نظام المرتبة العددية المعتمد اساسا على النظام الستيني[4].

(ج×60×60) + (ب×60) + أ ; أو (ج×60) × (ب) + (60/أ).

---

[1] H. V. Hilprecht , Mathematical , Metrological And Chronological Tablets from the Temple Library of Nippur , Vol:10 , part:1 , University of Pennsylvania , BE:20:1 , 1906 , P.26

[2] الراوي ، فاروق ناصر ، العراق في موكب الحضارة ، ج1 ، بغداد ، 1988 ، ص284.

[3] اسماعيل ، خالد سالم ، تعليقات حول مصطلحات التوقيت في المصادر المسمارية ، مجلة اداب الرافدين ، الموصل ، ع31 ، 1998 ، ص308.

[4] الدليمي ، مؤيد محمد سليمان جعفر ، الاوزان في العراق القديم في ضوء الكتابات المسمارية المنشورة وغير المنشورة ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الاداب ، جامعة الموصل ، 2001 ، ص 30–47 ; الجبوري ، وسام حميد صباح جار ، المكاييل والمقاييس في العراق القديم في ضوء المصادر المسمارية ، كلية الاثار، جامعة الموصل ، 2011 ، ص15–20.

وعلى الرغم من أهمية النظام الستيني لكنه لا يخلوا من العيوب إذ لا توجد علامة للصفر أو المرتبة الخالية والذي سبب بعض التداخل[1] ، وربما احدث هذا التداخل بسبب استخدام ارقام مختلفة ولعدم وجود الصفر والذي أربك الباحثين بعض الشيء عند حساباتهم للمرتبة العددية وإن كان رياضيو بلاد الرافدين قد دونوا علاماتهم بشكل دقيق جدا كما حافظوا على قيمة المرتبة العددية جميعها العظمى من النصوص التي اخرجوها روعي فيها مسألة المحافظة على مواقع الأعداد بالنسبة لقيمتها ومرتبتها الحقيقية تفاديا لبعض المشاكل ولسد النقص الموجود الا وهو الصفر[2].

إلى أن توصلوا إلى وضع حد لهذه المشكلة فقد تمكنوا من ايجاد علاقة خاصة بالصفر في العصر البابلي الحديث امتدادا إلى العصر السلوقي القرن الثالث ق.م فلم يكن يعرف هذه المرتبة من قبل هذه المدة إذ خصت علامة [cuneiform sign] او [cuneiform sign] للدلالة على المرتبة الخالية في وسط الأعداد ، ومن هذا المنطلق يمكننا ان نبرهن أنهم عرفوا مبدأ الصفر منذ عصور أقدم ولكنهم لم يستعملوه بالوجه الدقيق إذ أنهم لم يعطوا له المضمون ولا علامة خاصة به ولا الاستعمال العلمي الدقيق[3].

كما عبر رياضيو بلاد الرافدين عن الكسور على اعتبار أنها تمثل بدورها أجزاء الستين فعلى سبيل المثال العدد 20 كان يعني ايضا الكسر $\frac{1}{3}$ أي ثلث العدد (60) ، كذلك الأعداد (40) يعني الكسر $\frac{2}{3}$ ، والـ(30) يعني $\frac{1}{2}$ والـ(15) $\frac{1}{4}$ والـ(12) $\frac{1}{5}$ والـ(10) $\frac{1}{6}$. [4].

---

[1] البكري ، محمد حمدي ، رموز الاعداد في الكتابات العربية ، مجلة كلية الاداب ، مج16 ، ج2 ، القاهرة ، ص70.

[2] باقر ، طه ، موجز في تاريخ العلوم والمعارف......... ، المصدر السابق ، ص31.

[3] باقر ، طه ، لوح رياضي على نظرية لاقليدس ، مجلة سومر ، مج6 ، ج1 ، ص21.

[4] F. Thureau- Dangin , Textes Mathematiques Babiyloniens , 1936 , P.xi

المبحث الرابع

النظام العشري والنظام الستيني في بلاد الرافدين

عُدَّ النظامين العشري والستيني أولى الأنظمة التي استخدمت منذ اقدم العصور لدى سكان حضارة بلاد الرافدين وقد اخترع النظام الستيني وبُنيت قاعدته الستينية لدى السومريون وتحديدا في الألف الثالث ق.م وأخذها البابليون عنهم ، ويقوم النظام على أساس الرقم 6 ومضاعفاته ليصل إلى الرقم 60 مثلما ان النظام العشري في الوقت الحاضر والذي يقوم على أساس الرقم 10[1].

لقد اتضح لنا أنَّ النظام العشري يرجع الفضل في ابتكاره إلى رياضيي بلاد الرافدين اذ استخدموا صفتين للرقم في ذاته وبحسب موقعه في الأعداد ، وما زال هذا النظام مستخدم رغم مرور أكثر من 5000 سنة على اختراعه والذي يستخدم حاليا في أوقات الساعات والدقائق (قياس الزمن) وفي قياس الزوايا الهندسية وفي حساب المثلثات وفي نظام الاحداثيات الجغرافية وحتى في التجارة[2] ، إذ أن الزيادة والنقصان في كثير من معاملاتهم التجارية لا تعرف إلاَّ من خلال الحساب كما أنَّ معرفة الفائدة ونوعها ومقدارها عن طريق الحساب ايضا [3] ، ولم يلبث رياضيو بلاد الرافدين أن دمجوا النظام العشري ضمن هيكل النظام الستيني كما هو معرف ، وكانت الصعوبة تكمن في عدم وضعهم للصفر أو ما تسمى (بالمرتبة الخالية) إلاَّ أنَّهم كانوا يتركون مكانه فارغا حيثما ورد[4].

---

[1] A. Seidenberg , The Sixty System of Sumer……..op.cit , P. 436.

[2] سارتون ، جورج ، تاريخ العلم ، ت: ابراهيم بيومي مدكور وأخرون ، دار المعارف ، مصر ، 1957 ، ص163.

[3] J. Hoyrup , Remarkable Numbers……….., op.cit , PP. 282-284.

[4] O. Neugebauer , 1969 , AOS , P.90.

كان نظام العد المستخدم في بادئ الأمور في العصور الأولى لبلاد الرافدين مزيجا من النظامين العشري والستيني ، ويتميز هذا النظام بوضوح استخدام النظام الموضعي وكان هذا النظام من أدق ما انتجه رياضيو بلاد الرافدين وكانت جميع الأعداد تمثل من خلال تزاوج رمزين أثنين أساسين الواحد والعشرة[1] .

ومن خلال النصوص الرياضية المكتشفة في المواقع الاثرية امكن القول إنَّ سكان بلاد الرافدين استخدموا كلا النظامين العشري والستيني منذ عصر أور الثالثة إذ يذكر احدى النصوص في السطور الأولى منه أرقام مكتوبة بنظام القيمة الستينية

	14	56
29	56	50
17	43	50
30	53	20

"من مجموع 1 ونصف منًّا و3 ونص شيقل – 7 حبات من الفضة ودفعات اخرى كمجموع كلي ، و7 منًّا و19 شيقل من فضة ومجموع الأعداد الستينية والمجموع الاجمالي –مدخلات حساب الفضة– مكتوب باستخدام مقاييس الموازنة المكونة من رموز خاصة وتعبيرات اختزالية"[2].

وفي نص آخر من المدة ذاتها إذ يذكر النص حسابات مساحة سجل المحاسبون مساحات الاراضي ولم يستخدموا النظام الستيني في ذلك فيذكر "حرث العمال 2bur و 1 bur من الأرض حرثا عميقا بمعدل يوم ونصف ، كما جرف العمال الأرض مرتين بمعدل 5 اكوات يوميا ، أما في القسم الرابع من النص يذكر

[1] A. Seidenberg , The Sixty System of Sumer…….., op.cit , PP. 430-435.
[2] E. Robson, Mathematics in Ancient Iraq ….……..op.cit , P.78.

مساحات مشابهة مكتوبة بنظام العد الستيني هذه المرة وقد استخدم الـ ŠAR واضعافها وباستخدام نظام احصائي دقيق[1].

استخدم رياضيو بلاد الرافدين في كتابة الأعداد النظام الستيني الذي يتخذ العدد (60) أساسا له أو على حاصل ضرب ، أو أحد كسور الرقم (60) وقد استخدم هذا النظام من قبل الشعوب الأخرى في عصور لاحقة نظرا لأهميته ، وأن العدد (60) هو أصغر عدد يحتوي على أكبر عدد من الكسور وهذا هو السبب في استعمال العدد المذكور في تقسيم السنة إلى أيام وكذلك في اتخاذه وحدة للتعبير عن عدد الدرجات وفي تقسيم الدائرة إلى ستة قطاعات ، ومن المحتمل أن يكون استعمال هذا النظام قد اقتصر أول الأمر على الأعداد ومن ثم طبق في مراحل متأخرة على القياسات الهندسية[2] ، فضلا عن كون هذا النظام يقوم على فكرة مبدأ المرتبة العددية ، إذ أنَّ قيمة العدد تتوقف على موقعه أو مرتبته بالنسبة للأعداد الأخرى ، فالنظام الستيني بهذه الطريقة يشابه النظام العشري الذي نستعمله في الوقت الحاضر والذي تكون فيه فكرة المرتبة العددية أحد اسسه المهمة[3].

أنشأ السومريون أول بنية رياضية من خلال ايجادهم قاعدة العدَّ الستيني وقد قاموا بإنشاء هذه البنية على وفق تناوب في عددين أساسيين هما 60 ، 10

---

[1] E. Robson, Mathematics in Ancient Iraq ……….op.cit , PP.78-80 ; Scratch calculations in the sexagesimal place value system , on a draft of a silver account written in 2039 BCE , (YBC 1793) , PP.87-89

[2] كونتنيو ، جورج ، الحياة اليومية في بلاد بابل وآشور ، ت: سليم طه التكريتي ، بغداد ، 1986 ، ص367.

[3] Floriam , O. , A history of Mathematics , New York , 1948 , P.5.

وتكون من مضاعفات هذين العددين قاعدة للنظام الستيني والنظام العشري واللذان يعتبران أساس النظام[1].

حيث تبدأ حساب هذه الأعداد كالاتي :

1=	1
10=	10
60=	6x10
600=	10x6x10
3600=	6x10x6x10
36000=	10x6x10x6x10
216000=	6x10x6x10x6x10[2]

ونلاحظ أنَّ هذا النظام مبني وفق البنية الرياضية نفسها التي بني عليها النظام العشري ، فالنظام العشري يرتكز على الوحدات الاساسية :

10^4 10^3 10^2 10 1

وبشكل عام اذا اعتمد أساس للعدَّ وليكن × فان الوحدات الاساسية في هذا النظام تكون :1 ، $\times^2$ ، $\times^3$ ، $\times^4$

أخذ هذا النظام أهمية كبيرة لما له أثر واضح في تطوير علوم الرياضيات اذ إنَّه يقلل من الصعوبات التي كانت تنتاب رياضيو بلاد الرافدين في أثناء اجراء العمليات الحسابية وإنَّه يتعامل بشكل مناسب سواء مع الكسور أو غيرها[3].

ويظهر ذلك جليا عند مقارنته بالنظام العشري ، ذلك لأنَّ النظام الستيني يتخذ العدد (60) أساسا له ولأنه أيضا يقبل القسمة على مجموع الأعداد التي تشكل

---

(1) J. Høyrup, A hypothetical history of Old Babylonian mathematics: places, passages, stages, development , Maharshi Dayanand University, Rohtak , 2012 , PP.2-3

(2) كونتنيو ، جورج ، الحياة اليومية في بلاد بابل وآشور........، المصدر السابق ، ص368.

(3) A. J. Sachs , Two Neo-Babylonian Metrological Tables from Nippur , JCS , Vol: 1, No: 1 , 1947 , PP.68-70.

العوامل للعدد المذكورة وهي : (2-3-4-5-6-10-15-20-30)[1] ، بينما العدد (10) الذي يتخذ أساسا للنظام العشري لا يقبل القسمة إلاَّ على العددين (2-5) واللذين يشكلان عاملين مهمين له ، والآن تظهر لنا بوضوح أفضلية النظام الستيني من ناحية تعامله مع الكسور ، فمثلا الكسر $\frac{1}{3}$ يعبر عنه في النظام الستيني بعدد صحيح هو (20) أي (20) من (60) في حين في النظام العشري يكون الكسر $\frac{1}{3}$ كسراً غير منتهي وذلك كون قيمته بالناتج تكون تقريبية وهي ما تعادل 0.33333 ، وكذلك الكسر $\frac{2}{7}$ اذ يعبر عنه في النظام الستيني بعدد صحيح هو (42) أما في النظام العشري فلا يعبر عنه بقيمة لعدد صحيح ما وهذا ما توصل اليه رياضيو بلاد الرافدين على وفق ذلك النظام من كتابة الكسور بالأرقام[2].

تعد هذه العملية من السمات المهمة التي انضجت الفكر الرياضي في بلاد الرافدين ، أما صفة اعتماد النظام الستيني على المرتبة فقد عدت من أهم الاختراعات التي حققها رياضيو بلاد الرافدين وكانت من الافكار الرئيسة التي اعتمدها النظام العشري[3].

ولابد من الإشارة إلى أن طريقتهم اعتمدت أساسا على السلم الستيني مما جعل كتاباتهم للأعداد لا تتفق مع نظام العد الطبيعي وهذا ما جعلهم يحولون الرقم قبل كتابته إلى قيمته في النظام الستيني[4].

---

[1] الراوي ، فاروق ناصر ، " الرياضيات عنصر حضاري متميز في العراق القديم" ، بحوث آثار حوض سد صدام وبحوث أخرى ، بغداد ، 1987 ، ص264.

[2] F. Thureau- Dangin , Textes Mathematiques Babiyloniens , 1936 , P.xi.

[3] باقر ، طه ، لوح رياضي على نظرية لاقليدس........ ، المصدر السابق ، ص21-23.

[4] الملائكة ، جميل ، "النظام الستيني عند العراقيين القدماء" ، إسهام العراقيين والعرب بتطوير الارقام ، مركز إحياء التراث العربي ، 1990 ، ص6-8.

ومثال ذلك جداول معكوس الأعداد والذي استخدم به رياضيو بلاد الرافدين النظام الستيني بطبيعة الحال شكل رقم (5).

وتجري العمليات الرياضية بطريقة المعكوس من خلال تعلم القيمة من خلال الرقم (60) والحل المنتج بالنظام العشري

30=2÷60

20=3÷60

15=4÷60

12=5÷60

[1]10=6÷60.

العدد	معكوسه
2	30
3	20
4	15
5	12
6	10

ونظرا لسهولة استخدام النظام الستيني فقد انتشر وتوسع خارج حدود بلاد الرافدين إذ ادخل هذا النظام في الأعمال الخاصة بالإرصادات الفلكية والتي اعتمدت في حساباتها الدقيقة أساسا على الكسور إذ نلاحظ استخدام هذا النظام لدى كبار علماء الرياضيات والفلك ممن جاءوا بعد مبدعي العلوم الرياضية في بلاد الرافدين أمثال اليونان وغيرهم ومن أمثلتهم بطليموس في أعماله الفلكية[2] ، وأما بالنسبة لاثر

---

[1] النعيمي ، شيماء علي أحمد عبد الرزاق ......، المصدر السابق ، ص82.

[2] O. Neugebauer & A.J. Sachs , Some Atypical Astronomical Cuneiform Texts, II , JCS , Vol. 22, No. 3/4 ,1968-1969 , PP. 92-94.

النظام الستيني في الفكر الرياضي المعاصر فإنَّه مازال يستعمل في بعض الأعمال الرياضية ويظهر واضحا في قياس الزوايا بالدرجات والدقائق والثواني وفي قياس الدائرة بالدرجات مثلا مجموع مقياس الدائرة يساوي (360°)[1] ، كذلك في تقسيم الساعات على دقائق وثواني والتي اتبعت منذ العصور القديمة في بلاد الرافدين[2].

لقد اختار رياضيو بلاد الرافدين في العصر البابلي القديم النظام الستيني نظاما للعد ولم يأخذوا بالنظام العشري – الستيني والذي كان متبع في العصور السومرية والأكدية ، وبفعلهم هذا تجنبوا العديد من الارتباكات التي كانت تنتابهم فيما اذا استمروا على استخدام النظام العشري والذي كان سائدا في ذلك الوقت ، إلاَّ على الرغم من مزايا العدد60 وقواسمه الكثيرة ولكنه شكل لهم بعض الصعوبات في تدوين الأرقام التي تقع بين الواحد والستين أو بين 60–3600 ، ولذا يمكن القول إنَّ رياضيي بلاد الرافدين اعتمدوا النظام الستيني في بادئ الأمر ، لأنَّهم اعتادوا التعامل معه ولأنه كان يوافق إلى حد كبير تقويمهم ومعارفهم الفلكية والتي كانت جميعها ترتكز على هذا الرقم ومضاعفاته[3].

فعلى سبيل المثال أنَّ الطريقة التي دون بها رياضيو بلاد الرافدين ارقامهم في النظام الجديد ، وعلى الرغم من الصعوبات التي واجهتهم فقد بات النظام الموضعي أليفا لدينا لدرجة قد تنسينا الاساس الذي يرتكز عليه ، فعندما نكتب العدد 326 مثلا لا يخطر في بالنا أنَّ هذا العدد هو ناتج جمع العدد 6 مع مرتبة 10 ومع 3 مراتب 100 وفق الاتي :

---

[1] المنشداوي ، خضير عباس محمد ، تاريخ علم الرياضيات........ ، المصدر السابق ، ص4.

[2] اسماعيل ، خالد سالم ، تعليقات حول مصطلحات........، المصدر السابق ، ص308–309.

[3] M. A. Powell , op.cit , PP.85-88.

$(100x3)+(10x2)+(1x6)=326$

إنَّ هذه الطريقة الخاصة بحسابات النظام العشري معروفة لدينا منذ البداية وهي من الطرق البديهية بالنسبة لنا ، إلَّا إنَّ رياضيي بلاد الرافدين كانوا يكتشفون هذه الامكانية إذ أن الأعداد 6 و 2 و 3 في الرقم 326 تمثل عدد الوحدات في كل مرتبة من مراتب النظام العشري : 1,10,100,1000.... لكن هذه الأرقام نفسها لو كتبت بالترتيب نفسه أيضا في النظام الستيني ووحداته الاساسية هي 1 ، 60^2 ، 60^3 ... الخ ستعطي نتيجة مختلفة وفق ما يلي :

$(60^2x3)+(60x2)+(1x6)=3,2,6$

$(3600x3)+(60x2)+(1x6)=$

$10926=10800+120+6$

أي أن الرقم 326 بالنظام الستيني يساوي 10926 بالنظام العشري.

المبحث الخامس

الجبر والهندسة في حضارة بلاد الرافدين

الجبر لغةً واصطلاحا:

الجبر لغةً:

هو علم من العلوم الرياضية تستخرج منه المجهولات العددية باستخدام حروف وعلامات مشهورة إذ يقال في اللغة أنه من تجبر انسانا على ما لا يرد فيقال أجبرت فلانا على الأمر اذا اكرهته عليه وأيضا إذا تجبر كسراً ، فتقول جبرته فجبر وجبرت العظم(1).

الجبر اصطلاحا:

هنالك عدة تعاريف لعلم الجبر بصورة عامة وعملية الجبر خاصة ، قد ذكروا بأنه التصرف الذي به يسوق المجهول إلى حد المعلوم حتى يظفر بالمعلوم(2) ، أو أنَّه علم يتعرف منه كيفية استخراج المجهولات اذا كانت مختلفة الاجناس متعادلة(3).

إنَّ من المميزات العامة التي يتميز بها علم الرياضيات في حضارة بلاد الرافدين والمستوى العلمي المتطور هو علم الجبر ، اهتم رياضيو بلاد الرافدين بعلم الجبر فقد توصلوا إلى مبادئ واسس مهمة فيه أكدت من خلالها أنَّ بدايات الجبر

---

(1) المنجد في اللغة والاعلام، باب الجيم ....، المصدر السابق ، ص875.

(2) المنشداوي ، خضير عباس محمد ، تاريخ علم الرياضيات...... ، المصدر السابق ، ص207-209.

(3) الكرخي ، البديع في الحساب......... ، المصدر السابق ، ص47 ، ينظر كذلك :لارج ، توري ، معجم الرياضيات المصور......، المصدر السابق ، ص75.

الحقيقي كان قد نشأ أول مرة لديهم[1] ، وقد برعوا فيه بحيث تمكنوا من حل بعض القضايا التي تخص الاشكال الهندسية باستخدام خصائص الأشكال بطرق رياضية جبرية ، اذ يعدُ الجمع ما بين الهندسة والجبر هو أول محاولة في تاريخ تطور علم الرياضيات لدى رياضيي بلاد الرافدين وهو الاساس الذي قامت عليه أغلب المسائل الجبرية في الرياضيات الحديث ومنه نشأت الهندسة التحليلية منذ القرن السابع عشر على يد العلماء والباحثين[2].

الهندسة لغةً واصطلاحا:

الهندسة لغةً:

الهندسة هي مصدر هندس **(هـ ن د س)** ، هَنْدَسَةُ ، الهَنْدَسَةُ في علم الرياضيات ، الحدُّ والقياس وهو علم يبحث في أوضاع الخطوط والأبنية ورسم أشكالها والمجسمات[3].

الهندسة اصطلاحا:

تعرف الهندسة والعلوم الهندسية بعدة تعاريف أو تسميات وجميعها تكاد تعطي المضمون العلمي الدقيق لهذا الصنف من العلوم الرياضية فتعرف بأنها العلم الخاص بالمقادير والابعاد وكمية أنواعها وخواص تلك الأنواع[4] ، كما تعرف عن

---

[1] باقر ، طه ، موجز في تاريخ العلوم والمعارف......... ، المصدر السابق ، ص23.

[2] شحيلات ، علي ، الحمداني ، عبد العزيز الياس ، مختصر تاريخ العراق ، المعالم الحضارية (النص الاول من اللف السادس قبل الميلاد – 637 ق.م) ، ج6 ، 2007 ، الموصل ، ص346.

[3] المنجد في اللغة والاعلام، باب الهاء ....، المصدر السابق ، ص875.

[4] المنشداوي ، خضير عباس محمد ، تاريخ علم الرياضيات......، المصدر السابق ، ص281.

طريق العلوم الهندسية الأحوال والمقادير المطلقة ولواحقها من الزاوية والنقطة والشكل وكمياتها وخواص صورها وأشكالها وأوضاع بعضها عن بعض ونسبها الكلية بما هي ذوات أشكال وأوضاع واستخراج ما يحتاج استخراجه بالبراهين الحقيقية[1].

كانت النصوص الرياضية جبرية عموما وان لم تتخذ الخطوة للتوصل إلى حل جبري وحل عدد كبير من المسائل بتحويلها إلى الشكل المعتاد ، وهو المعادلة الثانية وهذا بحد ذاته تطور بارز[2] ، وتوجد أيضا نماذج تعادل حل أنواع معينة من الدرجتين الرابعة والسادسة وهنالك لوح يتضمن في محتواه مسألة من الدرجة الثامنة[3].

تعد الهندسة من الجوانب الرياضية الاساسية التي اهتم بها رياضيو بلاد الرافدين منذ بداية حياتهم الأولى فقد دعته الحاجة اليومية وما واجهته من ظروف والرغبة في السيطرة عليها فكان الاهتمام بالزراعة يعد من المسائل التي أولى اهميتها سكان بلاد الرافدين فقد اصبحت لديهم الرغبة في بادئ الأمر على التعرف للمفاهيم الهندسية الأولى وذلك طبقا لما متوفر لديهم أو ما يكون موجود في متناولهم في الحياة اليومية كالأشكال المربعة والمثلثة وقياس المسافات إذ تمت ملاحظتهم لتلك الأشكال في أول الأمر بالفطرة ومن ثم من خلال التجربة كأن يرسم خط مستقيم وهو أقصر طريق بين نقطتين[4] ، وقد أوضحت لنا الأدلة الأثرية التي تركها لنا والتي تستدل على معرفته البدائية بالهندسة والتي تعد من الشواهد التأريخية المادية التي وصلت الينا من رياضيي سكان بلاد الرافدين والتي طوروها تبعا للعصور التي

---

[1] مريزيق ، هشام يعقوب ; درويش جعفر نايف.........، المصدر السابق ، ص50-51.

[2] Cajori . F. , A History of Mathematics…….., op.cit , P.7

[3] جون ، اوتس ، تاريخ بابل مصور...........، المصدر السابق ، ص 280.

[4] الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص310.

لحقتها إذ غدت الاعمال الهندسية تلك تضاهي مثيلتها من باقي الاعمال وشأنها كشأنهم من ناحية الاهمية كالمشاريع العمرانية والصناعات وعند رسم وصنع وبناء الأشكال الهندسية طرق هندسية بدائية ولكنها متقنة بلغت فيما بعد ذروتها واعتمدت أساسا على المعرفة بالقياس والأحجام والمساحات[1].

لقد أصبحت الهندسة من الأمور المهمة في جميع مجالات الحياة وتجلى ذلك الاهتمام من خلال اهتمام سكان بلاد الرافدين أولا بالأرض المرتبط بها كون حياته متوقفة على زراعتها وزيادة خصوبتها وانتاجها[2] ، لذا استدعى الأمر إلى عمليات الحفر وشق القنوات ونقل التراب من مكان إلى آخر ، كل هذه العمليات تتطلب جدية في العمل واتباع الوسائل الصحيحة والقياسات الملائمة وتقسيم المساحات والتي لابد من وجود الماm بالمفاهيم الهندسية والتي تعد من أضمن الطرق لإنجاز مثل هكذا عمليات من تقسيم المساحات على وفق الأشكال الملائمة ليتم زراعتها وسقيها بالشكل المطلوب ، كما أن العمليات الهندسية في تلك العصور هي بالأصل نتاج لقياس الأرض على وفق المفاهيم الصحيحة والتي تؤدي في نهاية المطاف إلى نتائج صحيحة ومذهلة[3].

---

[1] E. Gregersen , The Britannic Guide to the History of Mathematic , New York , 2011 , PP.21-23.

[2] J. Høyrup , The Roles of Mesopotamian Bronze……, op.cit , P.257

[3] الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص303

المبحث السادس

الصفر أهميته وتاريخه في بلاد الرافدين

الصفر لغة واصطلاحا:

الصفر لغة:

الصفر الشيء الخالي وهي نقطة تدل على منزلة الأرقام التي توضع فيها خالية من العدد والعامة تلفظها بالسين فيقال سفر[1] ، ويقال " صَفِر – يصفَرُ – صَفَراً فهو صِفْر وصفر الشيء : خلا ويقال ماله صفر اناءه[2].

الصفر اصطلاحا :

إنَّ معنى الصفر في الاصطلاح الرياضي هو بمقامة العلامة التي توضع بين الأعداد والأرقام للدلالة على المرتبة الخالية وهو من منزلة الأعداد ويقوم الصفر بتغير مرتبة الأعداد التي يقع بينهما كما هو الحال في النظام العشري والذي يتخذ العدد (10) أساسا فيه حيث أن النظام يكون على أساس المنزلة أو المرتبة وكل رقم لديه قيمتين قيمة ذاتيه في نفسه وقيمة لمنزلته في مرتبته بين الأرقام الأخرى[3].

والصفر مفردة تعني لا شيء ويعني عدم وجود قيمة فاذا كان هناك شيء له وزن صفر فمعنى هذا أنَّه ليس له وزن والصفر هو العدد الصحيح الموجب الذي

---

(1) المنجد في اللغة والاعلام ، باب الصاد ، المصدر السابق ....، ص428.

(2) ابن منظور ، أبو الفضل جمال الدين محمد بن مكرم ، لسان العرب ، ج1 ، حرف الصاد ، بيروت ، 1950، ص417.

(3) L. Yong ; A. Tian se , Fleeting Footsteps Tracing The Conception of Arithmetic and Algebra in Ancient China , Revised Edition , World Scientific , Singapore , 2004 , P.12

يسبق العدد (1) وهو عدد ورقم في الوقت ذاته ، كما أنَّ الصفر هو عنصر محايد لا يغير من قيم الأعداد الصحيحة والأعداد الحقيقية عندما يجمع معها[1].

عند منتصف الألف الثاني ق.م كان للرياضيات نظاما ستينياً متقدما في مواضع الأعداد ، إلاَّ أن الافتقار إلى قيمة الصفر والذي تم التعبير عنه بفاصلة بين الأرقام الستينية ، وعند مطلع 300 ق.م استعملت علامة مسمارية بشكل مسمارين مائلين للدلالة على مرتبة الصفر وهنالك نص يعود إلى مدينة كيش بتاريخ يقدر (700) ق.م دون بها الصفر بثلاثة مسامير مائلة بدلا من مسمارين ، لم يكن رمز الموضع المكاني البابلي صفرا حقيقيا ، لأنه لم يكن مستعملا لوحده ، كما لم يكن يستعمل في نهاية العدد ، بذلك كانت الأرقام 2,120,260 و3 180 و4 ، 240 ، تبدو الأرقام بنفس الشكل ، لان الأرقام الاكبر كانت تفتقر إلى موضع صفر ، ولم يعرف التفريق بينهما الا من خلال السياق[2].

قد يتصور أحد بأنه طالما وجد نظام عددي فيه رمز لقيمة الموضع فإن وجود الصفر كرمز لمكان فارغ سيكون فكرة ضرورية ، لكن كان لدى رياضيي بلاد الرافدين نظام رقمي فيه رمز لقيمة المكان من دون هذه الصفة لمدة أكثر من ألف سنة فضلا عن ذلك ليس هناك أي دليل بأنهم شعروا أنَّ هناك مشكلة تتعلق بالغموض الذي كان موجودا[3].

لم يكن المسماران هما الرمز الوحيد الذي استعملوه ، فقد وجد في كيش رمز من ثلاثة مسامير مائلة ليشير إلى موقع القيمة الفارغة وفي لوح آخر يعتقد أنه بنفس التاريخ استعمل فيه رمز معقوف واحد لموقع القيمة الفارغة وهناك صفة واحدة مشتركة بين الرموز المستعملة لهذا الغرض وهي أنها لم تكن تأتي في نهاية

---

[1] الخوري ، موسى ديب ، المصدر السابق............، ص130-132.
[2] L. Hodgkin , A History of Mathematics From……, op.cit , PP.21-23
[3] E. Robson , Mathematics in Ancient Iraq………op.cit , P.16.

المجموعة العددية ، بل كانت تأتي دائما بين الأعداد فمع أننا نجد العدد12.6 لكننا لا نجد العدد . 216 " وعلينا أن نفترض بأن سياق الموضوع الذي كان كافيا ليدل على أيهما هو المقصود كان هو المعول عليه[1].

على الرغم من صلاحية الأساس للنظام الستيني وأهمية مبدأ المرتبة العددية ، لكن النظام العددي ظل ناقصا ولا سيما في الدور الأول من تاريخ علم الرياضيات في بلاد الرافدين بسبب خلوه من العلامة أو رمزه الخاص به والذي بالتالي يمثل المرتبة العددية الخالية في كتابة الأرقام وهي (الصفر) ، مما أدى ذلك إلى الارباك والالتباس في قراءة قيم الأعداد في النصوص الرياضية[2]

كانت بداية الألف الثاني ق.م نقطة تحول مهمة من جهة الأرقام والأعداد وحسابها فقد استطاع رياضيو بلاد الرافدين خلال الالف الثاني التوصل إلى انجازات رائعة منها نظام العدَّ الموضعي الذي ينسب لهم لأول مرة في التاريخ حتى بعد استمرارهم وتطوير نظامهم المتبع مستفيدين من كافة الخبرات التي تعاملوا بها مع الأرقام حتى توصلوا إلى انجازاتهم الأخرى إذ يمكننا القول إنَّ رياضيي بلاد الرافدين هم أول من عرف واستخدم الصفر على الاطلاق[3].

ان المبدأ الأساسي والوحيد في كتابة أي رقم ما هو مبدأ التكرار أو عملية جمع الوحدات المتماثلة على وفق ترتيب متناقص لها ، فتكرر وحدة أكبر عددا من المرات ، ثم تليها وحدة اصغر ، الاَّ أن الخطوة الحاسمة تتمثل في حذف هذه

---

(1) ARCBMT , P.5

(2) شحيلات ، علي ، الحمداني ، عبد العزيز الياس..........، المصدر السابق ، ص353.

(3) ساكز ، هاري ، عظمة بابل .... ، المصدر السابق ، ص520.

التكرارات الطويلة والمربكة واستبدالها بعددها مع الحفاظ على ترتيبها بحيث يدل هذا العدد على قيمة الواحدة المكررة في هذا الموضع من الترتيب[1].

غير إنَّ الصعوبة الأساسية كانت تمثل في تلك المساحة من الرقم التي لا يمكن تمثيل واحدة ما فيها بسبب عدم وجودها في الرقم أصلا ، ومن هذا المنطلق يمكننا ملاحظة الارتباط الوثيق بين ضرورة فكرة استخدام الصفر بالتوازي مع فكرة الخانات من أجل ملء المرتبة الفارغة أو تمييزها على الأقل وان كنا لا نملك وثائق كافية عن هذه الخانات لتوضح لنا فكرتها بشكل دقيق وتكاد تكون هذه الوثائق غير موجودة أصلا، فضلا عن ذلك لم يكن الترتيب كافيا لإبراز فكرة المراتب اذ كان ذلك يتطلب تذهن طريقة جديدة جوهريا في كتابة العدد فلكتابة رقم لا توجد فيه وحدة الستين مثلا ولم يكن من الضروري أبدا الاشارة إلى أن هذا الرقم لا يحوي وحدة الستين ، فالرقم 601 مثلا كان يكتب بعلامتي 600 والـ 1[2].

يعد الصفر من المراتب الاساسية التي لا يمكن الاستغناء عنها ضمن النظام الحسابي على الرغم من انعدام قيمته العددية ، ومنه تطور النظام الثنائي المتكون من الآحاد والأصفار وربما يتبادر في الذهن متى اكتشف الصفر ومن هم أول من استخدمه؟! ، فعلى الرغم من أن مفهوم اللا شيء أو عدم وجود شيء من المفاهيم التي يعرفها البشر منذ القدم إلاَّ أنَّ مفهوم الصفر يعد مفهوما جديدا نوعا ما[3].

---

[1] D. Fowler ; E. Robson , Square Root Approximations in Old Babylonian Mathematics , Historia YBC Mathematica "Mathematics Institute, University of Warwick, Coventry CV4 7AL, United Kingdom" Oriental Institute, University of Oxford, Pusey Lane, Oxford OX1 2LE, United Kingdom , 25 , 1998 , P.367.

[2] الخوري ، موسى ديب ، المصدر السابق.............، ص125.

[3] هوبر ، الفريد ، رواد الرياضيات ، ت: لبيب جورجي ، القاهرة ، 1965 ، ص32.

يرجع الأصل في ظهور الصفر واستخدام أول ظهوره إلى رياضيي بلاد الرافدين إذ اعطوا الصورة الحقيقية لنظام الترقيم الذي اكتمل باستحداثهم المرتبة الخالية (الصفر) مع الأرقام التسعة إذ أن نظام المرتبة أو المنزلة كما هو معلوم يكمل مع وجود الصفر كرقم من الأرقام التسعة لتكون عشرة أرقام تبدأ من الصفر وتنتهي بالرقم تسعة[1].

استخدم الصفر في بلاد الرافدين وخصص رمزا له في الكتابة أو من قبل رياضيي بلاد الرافدين في الألف الثالث ق.م اذ تدل الوثائق الرياضية في مضمونها على استخدام رمز الصفر في الكتابة في حين لم يكن يمثل قيمة عددية ، وإنَّما يمثل فاصلة أو لا شيء (خالي) في المضمون ولهم الفضل أيضا في إدخال هذا العدد، أي الصفر (0) في عملية التفكير والفلسفة أيضاً، وبهذا تم لهم وفي وقت مبكر تحقيق قفزة كبيرة في عالم الأعداد والحساب والرياضيات والجبر، ليس للفترة التي عاشوا فيها فقط، بل للفترات اللاحقة ولدى كافة شعوب العالم إلى وقتنا الحاضر[2].

شعر رياضيو بلاد الرافدين بشكل واضح الحاجة الماسة لفكرة الصفر وقد قاموا بترك مسافات فارغة في بعض الأحيان لمكان الصفر وهذا من قبل أن يدونوا العلامة المسمارية لهذه المرتبة واتخذ الصفر شكل في العلامة المسمارية أو إذ يطلق عليها صفر للدلالة على المرتبة الخالية واستعمل بانتظام في

---

[1] RIA , 1987 , 1990 , PP.534-537.

[2] J. Friberg , Counting and Accounting in the Proto-Literate Middle East: Examples from Two New Volumes of Proto-Cuneiform Texts , , JCS , Vol:51 , 1999 , P. 107.

العصر البابلي الحديث والعصر الإخميني والسلوقي ولم يكن يستعمل في نهاية عدد قط[1].

لقد توصل رياضيو بلاد الرافدين إلى وضع حد لمشكلة الصفر فقد توصلوا اليها في العصر البابلي الحديث والعصر السلوقي في القرن الثالث ق.م[2] ، فلم يكن يعرف هذه المرتبة قبل هذه المدة إذ خصت علامة للدلالة على المرتبة الخالية في وسط الأعداد ، ومن هذا المنطلق يمكننا أن نبرهن أنهم عرفوا مبدأ الصفر ولكنهم لم يستعملوه بالوجه الدقيق إذ أنَّهم لم يعطوا له المضمون ولا الاستعمال العلمي الدقيق[3].

يؤدي الصفر دورا أساسيا في الرياضيات على اعتباره أنَّه حيادي الجمع بالنسبة للأعداد الصحيحة والأعداد الحقيقية ، فضلا عن استخدامه في العديد من البنى الجبرية الأخرى كما يستخدم كعنصر نائب في أنظمة القيمة المكانية لقد سهل الصفر العمليات الحسابية تسهيلا لا حدود له فمثلا الفرق بين 4 والـ40 هو الصفر[4].

ويعدُّ علماء الرياضيات في الوقت الحاضر أنَّ الصفر أو ما يسمى بالمرتبة الخالية اعظم اختراع توصلت إليه البشرية والذي تم في بلاد الرافدين تحديدا ، اذ يصعب التعرف على الكميات والأعداد ومعرفة مرتبتها وحتى في الوصول إلى

---

(1) O. Neugebauer & Sachs , Mathematical Cuneiform Texts , AOS , vol:29 , New Haven , 1986. , P.2

جون ، اوتس ، تاريخ بابل مصور........، المصدر السابق ، ص 282.

(2) ساكز ، هاري ، عظمة بابل ....، المصدر السابق ، ص519–520.

(3) باقر ، طه ، لوح رياضي على نظرية لاقليدس....... ، المصدر السابق ، ص21.

(4) O. Neugebauer , On a special use of the sign `zero' in cuneiform astronomical texts , AOS , vol:61 , 1941, PP.12-15

نظريات الأعداد التي تستعمل في الوقت الحاضر بكثرة في الرياضيات الحالية مثل استخدام العمليات الحسابية بواسطة الخط المستقيم ، فهنالك من الباحثين والمستشرقين من ينسب أول ابتكاره تعصبا إلى بلدان أخرى كانت قد استعملت وطورت من استخدامه حقيقةً ولكن في عصور لاحقة من استخدامه لدى رياضي بلاد الرافدين[1].

[1] باقر ، طه ، موجز في تاريخ العلوم والمعارف......... ، المصدر السابق ، ص22.



الفصل الثاني

أصناف النصوص الرياضية

- المبحث الاول :- النصوص الرياضية الحسابية .

1. الجمع
2. الطرح
3. التضعيف والتنصيف
4. الضرب
5. القسمة

- المبحث الثاني :- نصوص الجذور التربيعية والتكعيبية .
- المبحث الثالث :- نصوص الهندسة والجبر.

أولاً: المسائل الجبرية

ثانياً: المسائل الهندسية

ثالثاً : علم المثلثات

الفصل الثاني

أصناف النصوص الرياضية

المبحث الأول

النصوص الرياضية الحسابية

تشمل دراسة النصوص الرياضية للعمليات الحسابية جانب من الجوانب الرياضية المهمة وتشمل دراسة شاملة للأعداد الصحيحة والكسور والأعداد العشرية وعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة وهو بمثابة الأساس لأنواع العمليات الرياضية الأخرى حيث تقدم المهارات الفعلية والأساسية مثل العد والتجميع للأشياء والقياس ، فضلا عن مقارنة الكميات مع بعضها البعض ، وقد عبر رياضيي بلاد الرافدين عن العمليات الحسابية بالمصطلح DIM_4.MÀ[1] ويقابلها بالأكدية المفردة Sanqu[2] ، وهنالك العديد من هذه المسائل وجدت مسلسلة على شكل جداول[3] ، والتي استخدمت بوصفها تمارين للطلبة أو جداول مطولة للضرب كذلك عرف رياضيي بلاد الرافدين القسمة من خلال الجداول الرياضية المختلفة التي استخدمت كمصادر أولية للكتبة يستخدمونها في حساباتهم اليومية[4].

العديد من هذه النصوص التي تتضمن مسائل رياضية متنوعة اذ اهتم رياضيي بلاد الرافدين بها والموا بمعظم العمليات الحسابية والمسائل فيها او ما يمكن أن نسميها بالقضايا الرياضية (التضعيف – الجمع – الطرح –الضرب والقسمة) وعند اجراء هذه العمليات تعطى نتيجتها من خلال النظر إلى الجدول فيحصل على نتيجة الأعداد التي يروم قسمتها أو ضربها مع بعض[5] ، فضلا عن وجود مفردة خاصة

---

(1) CDA , P.316 ; MDA , P.63:60.
(2) CDA , P.316.
(3) Asger . A., "Two Atypical Multiplication Tables From Uruk " , JCS , 14 , 1968 , PP.88-91
(4) Tom B. Jones , Bookkeeping in Ancient Sumer………op.cit , P. 20
(5) رشيد ، فوزي ، "العلوم الانسانية والطبيعية" موسوعة الموصل الحضارية ، ط:1 ، مج:1 ، دار الكتب للطباعة والنشر ، جامعة الموصل ، 1991 ، ص387.

لعملية الناتج في أغلب النصوص الحسابية أو التي تحمل في مضمونها مفهوم الحساب كالجمع والطرح وغيرها ، إذ اطلق عليها مصطلح الناتج أو المجموع النهائي باللغة السومرية ŠU.NIGIN[1] ويقابلها بالأكدية المفردة napḫaru[2].

أولا:- الجمع

عملية حسابية رياضية تُبنى عليها فكرة ضم مجموعتين من الأشياء سواء كانتا متشابهتين او مختلفتين عددا في مجموعة واحدة وتكرار الجمع هو أبسط أنواع العد والقيام بالجمع هو أحد أبسط المهام العددية ، إذ يمكن لأي شخص القيام بهذه العملية حتى وإن كان طفل/ تلميذ في مقتبل العمر بعد تعلمهم كيفية جمع أي شيء.

استخدم الجمع في بلاد الرافدين منذ العصور السومرية الأولى وكانوا يستخدمونها في حياتهم اليومية والتي تخص ملكيتهم فضلا عن المدخولات من المواد الاقتصادية العائدة اليهم[3] ، من خلال اعطاء شكل معين لكل عدد كما بينا في الفصل الأول أما مصطلح الجمع فقد عبر رياضيو بلاد الرافدين عنه بالمفرد السومرية [4]GAR أو UL.GAR ويقابلها في اللغة الاكدية kamāru[5] وربما توضع العلامة a-na[1] ، في العمليات المبسطة والتي يقابلها باللغة الأكدية minum[2] بين الرقمين للدلالة على عملية الجمع أيضا[3].

---

(1) MDA , P.163:354.
(2) CAD , N, P.293:b , CDA , P.238:b.
(3, K. R. Nejat, Cuneiform Mathematical Texts As A Reflection of Every Day Life in Mesopotamia , AOS , Vol :75 , New Haven , 1993 , P. 98
(4) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية....... ، المصدر السابق ، ص1066 :b.
MDA , P.597:245
(5) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية....... ، المصدر السابق، ص 244:b

يُستخدم اصطلاح الجمع نموذجا للتعبير عن جمع عددين أو اكثر وضم الأعداد مع بعضها البعض وهي عملية تختلف عن الزيادة أو الاضعاف حتى في أبسط حالات إضافة الأعداد الطبيعية ، فهناك العديد من التفسيرات لذلك ، وهناك أيضا العديد من التصورات المرئية للجمع[4].

وقد تتم عملية الجمع بالطريقة الاعتيادية[5] ومن الأمثلة على بعض هذه المسائل الخاصة بعملية الجمع نقتبس منها المثال الاتي :

كيفية جمع اربعة مجاميع (4.30 - 8- 6.40 - 7.30)=26.40 ، وكالاتي :

A: 30+40+30=100(1.40)

B: 1+4+8+6+7=26

C: (26.40) .[6]

وبطريقة أخرى:

1
4.30
8
6.40
7.30 +

26.40

CAD , K , P.113:b.
[1] MDA , P.213:480.
[2] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة –الاكدية....... ، المصدر السابق ، ص349:b.
[3] الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص301.
[4] K. R. Nejat,………… AOS , op.cit , P.89.
[5] راجع نص رقم (3–4) .
[6] ARCBMT , P.6

ثانيا:- الطرح

الطرح هو أحد العمليات الحسابية المستخدمة في الرياضيات والطرح يدل على التفريق والاسقاط والنقصان ، إذ إنه بحقيقة فعله هذا يدل على أخذ كمية من كمية أخرى ، أو مقارنة بين كميتين أو عددين أو رقمين ومعرفة الفرق والباقي بينهما على أن يكون العدد الأول أكبر من العدد الثاني ، وقد عبر رياضيي بلاد الرافدين عدة مفردات تخص عملية الطرح في الرياضيات بالسومرية بطبيعة المادة المنقوصة (المطروحة) وقد اختلفت المصطلحات بالنصوص المسمارية تبعا للعصر الذي استخدمت به ولطبيعة المواد ومضمون النص أشهرها علامة الـ($LAL; LA_2$[1])

ويقابلها في اللغة الاكدية المفردات tabālu[2] أو ḫurrāsu[3] و matu[4] ، فضلا عن استخدام مفردات أخرى استخدمت في النصوص في بلاد الرافدين والتي تدل في مضمونها على عملية الطرح إلاَّ أن هذين المصطلحين أشهرهما ويمكن الرجوع إلى الجداول التي تخص المفردات الرياضية في نهاية الرسالة للاطلاع عليها[5].

ومن الجدير بالذكر أنَّ عملية الطرح لا توجد نصوص خاصة بها ولكن اجراها رياضيي بلاد الرافدين وأشاروا اليها ضمنا في النص من دون ذكر الناتج [6].

---

[1] MDA , P.213:481.

[2] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية ....، المصدر السابق ، ص633 :a.
CDA , P.392.

[3] CAD , H , P.94.

[4] CAD , P.205.

[5] يراجع الملحق نهاية الرسالة قائمة رقم (9) .

[6] عبد ، باسمة جليل ، نصوص رياضية من المتحف العراقي.....، المصدر السابق ، ص245.

وكما في المثال الاتي المقتبس من احدى النصوص المسمارية الرياضية :

8 LÁ 1 UDU

7 UDU

9 LÁ 1

وتساوي 8 وهكذا [1].

وهنالك مثال يوضح كيفية عملية الطرح لمجاميع معينة بطريقة مبسطة (الطريقة الاعتيادية)[2].

	60	~~**60**~~ ~~**60**~~
7 49 26 40	~~5~~ 36 06 40	3 ~~45~~
– 2 13 20	– 1 51 06 40	– 1 28 53 20
5 36 06 40	3 45	2 16 06 40

---

[1] اسماعيل ، خالد سالم ، مظاهر التوحد في العلوم الصرفة......، المصدر السابق ، ص149.

[2] ARCBMT , P.7

ثالثا :- التضعيف والتنصيف

التضعيف هو أحد العمليات الحسابية التي يقوم أساسها على زيادة عدد على عدد يساويه في المقدار ويكون ذلك بضرب العدد المطلوب تضعيفه في إثنان ، ونجد هذه العملية خصوصا في النصوص الرياضية الخاصة بالمساحة (مساحة الاراضي والحقول)[1] ، وقد عبر رياضيي بلاد الرافدين عن هذه العملية الحسابية بالمصطلح TABARU[2] ويقابلها في اللغة الأكدية esepu[3] فضلا عن استخدام المصطلح DAḪ[4] ويقابلها في اللغة الأكدية ، asabu[5] بالمعنى نفسه.

تعدُ عملية التضعيف من أهم العمليات الحسابية التي تساعد المبتدئين في دراسة علوم الرياضيات إذ تمكنهم من توسيع حسهم وقدراتهم العلمية في حساباتهم الرياضية فهي طريقة تسهل عليهم فهم الأعداد وكيفية التعامل معها وهذا من الأمور المهمة في العمليات الحسابية ولاسيما في عملية الضرب والتي سنبين كيفية ارتباطها مع فكرة التضعيف[6].

لا بد من الإشارة أيضا إلى نوع يعاكس التضعيف من ناحية الأداء الا وهو التنصيف وان لم يذكر صريحا في النصوص المسمارية ولكن يمكن القول بشيء من الثقة إنَّه كان مستخدم وقد استنتج ببعض المصطلحات الدالة عليه فهو من العمليات الحسابية التي تبنى على أساس تحصيل نصف العدد وذلك من خلال ضربه في

---

(1) راجع نص رقم(5).

(2) MDA , P.95:126.
(3) CAD , E , P.251:a
(4) MDA , P.109:169.
(5) AHW , P.1475.
(6) Tom B. Jones , Bookkeeping in Ancient Sumer……,op.cit , PP.16-20.

نصف ، ويطلق على التنصيف مصطلح ŠU.RI.(A)[1] 𒋗𒊑𒀀
ويقابلها باللغة الأكدية mišlanu/mišlu[2]، والتنصيف هو عكس التضعيف ، وشأنه شأن التضعيف إذ يعدُ من العمليات الحسابية الضرورية التي لا بد من الالمام بها.

ومن الأمثلة على هذا النوع من العمليات الحسابية التضعيف ما يأتي:

1˚6 4˚5   4 4˚ 3˚3 4˚5
1˚6 4˚5
1˚7 3˚   5 6 1˚5[3]
1˚7 3˚
(1˚6 4˚5) + 2(1˚6 4˚5) ; 05 + (05)

نفترض قاعدة للحل لأنَّ لكل قيمة عددية مركزها الخاص بين الأعداد وهي :

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$= (1˚6\ 4˚5) = 1\ 000\ \ 000 = 4(60)^3 + 37(60)^2 + 46(60) + 40$

$= 846000 + 133200 + 2760 + 40$

$= 1000000\ (4\ \ 37\ 46\ 40)$

10(1˚6 4˚) = 10 (16(60)+40 = 10000 (2 46 40)

(05) = 00 25

4 37 46 40
2 46 40
00 25 +

---
4 40 33 45

---

[1] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........ ، المصدر السابق ، ص b:953
[2] CAD , M,II , P.127:a
[3] راجع نص رقم (2) ، ينظر كذلك :
ARCBMT , PP.19-21.

1˚7 3˚

(17) +2(17) ; 30 + (30)

= 1 040 400 +60(17) +900

= (4 49 00 00) + (17 00 00) + (15 00)

```
4  49 00 00
   17 00 00
       15 00  +
_____________
5   6   15 00
```

رابعا:- الضرب

عمليــة الضــرب هــو عمليــة حســابية رياضــية تقابــل عمليــة القســمة ، وفي الحساب الابتدائي يمكن تفسير عملية الضرب بأنها عمليات جمع متكررة للعدد ذاته وهو احدى أهم العمليات الحسابية[1] ، فقد كان لرياضيي بلاد الرافدين دور مميز في إعطاء المفهوم الجيد لعملية الضرب ، وذلك من خلال الطرائق المبتكرة التـي أوجـدوها والتـي سـاعدت علـى تسـهيل هـذه العمليـة الحسـابية وسـهولة حفظهـا والاستفادة منها وقت الرجوع اليها في حل المسائل الحسابية الأخرى والتي تقوم مقام الحاسبة الرقمية في الوقت الحاضر[2] .

هنالك العديد من جداول الضرب الرياضية التي تتنـاول ضـرب للأعداد فقد كانـت الأعداد سـابقا تقف عند الرقم (59) وهـو رقم لا يتناسـب مـع حجم الأعمـال والنشاطات الاقتصادية الواسعة أو في مختلف المجالات والتي اشتهر بها سكان بـلاد

[1] H. V. Hilprecht , Mathematical , Metrological And Chronological Tablets……..op.cit , BE PP.11-25

[2] O. Neugebauer & A.J. Sachs , Mathematical and Metrological Texts , JCS Vol. 36, No. 2 , 1984 , PP. 243-245.

الرافدين إذ وصلت الينا نصوص رياضية أخرى تخص جانب الضرب وقد امتدت عملية ضرب الارقام من 1×500 وإلى 50×500 وذلك دليل واضح على مدى توسع الفكر الرياضي ومدى تطور حياتهم الاقتصادية خصوصا في العصر البابلي القديم مما أدى إلى استخدام ارقام كبيرة جدا في أثناء التعامل بأي حاجة من امور الحياة[1].

لقد اطلق رياضيي بلاد الرافدين مصطلحات عدة على العملية الحسابية التي تخص الضرب إلاّ أن اشهرها والتي تمكن من معرفتها جراء النصوص المكتشفة الكثيرة المصطلح السومري A.RÁ[2] 𒀀𒊏 والتي تعني حاصل ضرب ويقابلها باللغة الاكدية المصطلح arum[3] .

تقوم فكرة الضرب على استخراج عدد مجهول من عددين معلومين ، وذلك بتضعيف أحد العددين بقدر ما في العدد الآخر من أحاد وهو مرتبط بالنقطة الاولى كما ذكرنا وهناك جداول مطولة اعدت وجهزت للرجوع اليها وقت الحاجة اليها[4]

وعليه فالضرب هو جمع المضروب مع نفسه ثم تكرار ذلك بعدد المضروب فيه والناتج الذي نحصل عليه من جمع المضروب على نفسه عدد من المرات

---

[1] الراوي ، فارق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص305.

- H. V. Hilprecht , Mathematical , Metrological And Chronological Tablets……..op.cit , BE P.18

[2] O. Neugebauer &A.J. Sachs , Mathematical Cuneiform Texts…….., op.cit , AOS PP.33-35.

راجع نص رقم (1) .

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية……، المصدر السابق ، صA:59.

[3] CAD , AII , P.312:b

[4] Asger, A., "Two Atypical Multiplication………op.cit , PP. 88-90.

يساوي المضروب فيه هو نفس الناتج الذي نحصل عليه لو أننا جمعنا المضروب فيه على نفسه عدد من المرات.[1]

ويعدُ رياضيي بلاد الرافدين أول من ابتكر جداول الضرب والذي كان له دور مهم وفعَّال في تبسيط وتسهيل العملية الحسابية بزيادة استخدامها وقد وصل الينا العديد من جداول الضرب والتي شملت غالبية الأعداد[2].

خامسا:- القسمة

القسمة هي العملية الحسابية الرابعة بعد الجمع والطرح والضرب وتشتق القسمة من تقسيم وهو تجزئة وتحليل العدد إلى أجزاء صغيرة أو توزيعه على مجاميع من الأشياء فإذن هي توزيع بالتساوي[3].

والقسمة هي من العمليات الحسابية التي أهتم بها رياضيي بلاد الرافدين وصبوا اهتمامهم البالغ بها كونها لها علاقة وثيقة بحياتهم اليومية سواء تقسيم الأعمال والأجور والأموال الشخصية والعامة والحقول والأراضي وكل ما له علاقة بحياتهم اليومية[4].

وقد وردت هذه العملية في النصوص المسمارية اطلقوا لهذه العملية بالمصطلح السومري BÀNDA والذي يقابله باللغة الأكدية Bandû[6] وقد كانوا يجرونها بطريقة طريفة جدا فاذا أرادوا أن يقسموا عددا على

---

(1) E. Robson , Counting in Cuneiform , MS Vol: 27, No: 4 , History of Mathematics , 1998 , PP. 4-6.

(2) A. L. Oppenheim , Ancient Mesopotamian , University of Chicago , London , 1964 , PP.289-290.

(3) ARCBMT , P.22.

(4) K. R. Nejat, Cuneiform Mathematical Texts…..op.cit , P.65

(5) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية......، المصدر السابق ، ص a:156.

(6) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية ......، المصدر السابق ، صb:79.

15 ضربوا ذلك العدد في $\frac{1}{15}$ وغالبا ما كانوا يحصلون على قيمة معكوس الأعداد من جداول معدة وجاهزة لهذا الغرض[1] .

ولو فرضنا طريقة رمزية كقاعدة لهذه العملية الحسابية لسوف تكون كالاتي :

$\frac{أ}{ب} = 1 \times \frac{أ}{ب}$ فضلا عن معرفة رياضيي بلاد الرافدين بجواب عمليات القسمة وتم تقريبها إلى ثلاثة كسور ستينية[2].

ومن الامثلة على عملية التحليل والقسمة نقتبس ما يأتي من إحدى النصوص:

	النظام الستيني	النظام العشري
4 3˚ 7 4˚ 6 4˚ =	$2^6.5^6$	1000000
1˚1 3˚4 2˚6 4˚ =	$2^5.5^7$	2500000
2 3˚ =	$2.3.5^2$	150

إذ إنَّ القيمة 4˚ 6 4˚ 7 3˚ 4 بعد التحليل والقسمة تساوي 1000000 أي ما يعادل $2^6.5^6$ وتسري الطريقة نفسها على باقي الخطوات[3].

كيفية الحل:

4 37 46 40	2	1000000 $=2^6.5^6$
=4(60)+37=277	2	500000
277(60)+46=16666	2	250000
16666(60)+40=10000000	2	125000
	2	62500
	2	31250
	5	15625
	5	3125

---

(1) M. A. Powell , op.cit , P.54-56.

(2) H. V. Hilprecht , Mathematical , Metrological And Chronological Tablets……..op.cit , BE PP.30-31

ينظر كذلك : الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص302.

(3) ARCBMT , P.22.

5	625
5	125
5	25
5	5
	1

11 34 26 40

11(60)+34=694

694(60)+26=41666

41666(60)+40=2500000

2	2500000 $= 2^5.5^7$
2	1250000
2	625000
2	312500
2	156250
5	78125
5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

2 30 = 2(60)+30=150

2	150 $= 2.3.5^2$
3	25
5	5
5	1

المبحث الثاني

نصوص الجذور التربيعية والتكعيبية

من بين العلوم التي نالت قسطا كبيرا من اهتمامات الكتبة في بلاد الرافدين هو علم الرياضيات إذ برع رياضيي بلاد الرافدين في تنظيم الجداول الرياضية سواء تلك التي تخص الجذور التربيعية أو التي تتعلق بالجذور التكعيبية او جداول مربعات الأعداد[1] ، ولم يقتصر اسهامهم فقط على هذا القبيل فحسب بل تعداه الأمر إذ صبوا اهتماماتهم بحل المسائل الرياضية المعقدة ابتدأ من المعادلات من ذوات الدرجة الأولى والثانية فصاعدا[2].

لقد أرفدتنا المواقع الاثرية باعداد من النصوص المسمارية الرياضية والتي تضمنت جداول رياضية مختلفة منها ما يتعلق بالجذور التربيعية وأخرى بالجذور التكعيبية فضلا عن جداول تمثل نظام معكوس الأعداد والتي يقصد بها عمليات القسمة فضلا عن جداول خاصة بالضرب [3].

---

[1] D. Fowler ; E. Robson , Square Root Approximations in Old Babylonian…………..op.cit , PP.371-377.

[2] اسماعيل ، خالد سالم ، نص مسماري جديد يتضمن جدولا بالجذور التربيعية للاعداد البابلية ، مجلة اداب الرافدين ، ع:40 ، 2005 ، ص105.

[3] الراوي ، فاروق ناصر ، الرياضيات عنصر حضاري متميز في العراق القديم ، مجلة سومر ، 1987 ، ص226.

فقـــد وردت هـــذه العمليـــات فـــي اللغـــة الســـومرية بالمصـــطلح BA-SI[1] والذي يقابلها بالاكدية (basû)[2] ، ويعني الجذر التربيعي[3] ، وان كان استخدام هذا المصطلح للدلالة على الجذور التكعيبية إلاَّ أنه نادر جدا وربما يكون الكاتب قد أخطأ في بعض الاحيان عند تدوين العلامة وهي نادرة جدا[4].

وقد عني المختصون بالنصوص المسمارية بعلم الرياضيات حديثا بهذه الجداول وتمكنوا من قراءتها وتحليلها وفهم ما يقصد من هذه الجداول[5].

فالجذر التربيعي أو الجذر المربع في الرياضيات لأي عدد x هو العدد الحقيقي الموجب y الذي إذا ضُرِب في نفسه يُنتج العدد x على سبيل المثال[6]:

الجذر التربيعي للعدد المربع الكامل 25 هو 5؛ لأن $5\times5 = 5^2 = 25$، ويقال: 5×5 هي عملية تربيع للعدد 5، أو يمكن القول $-5 \times -5 = 25$[7]،

---

(1) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية ....، المصدر السابق ، ص481:b

(2) CDA , B , P.133:b

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية......، المصدر السابق ، ص83:a

(3) O. Neugebauer & A.J. Sachs , Mathematical Cuneiform Texts…….op.cit , AOS , P.34. ; ARCBMT , PP.47.52.

(4) اسماعيل ، خالد سالم ، نصوص مسمارية غير منشورة من العصر البابلي القديم منطقة ديالى –تلول خطاب ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الاداب ، جامعة بغداد ، 1990 ، ص115.

(5) الراوي ، فاروق ناصر ، مربعات الاعداد البابلية في ضوء نص مسماري جديد ، مركز احياء التراث العربي ، الندوة القطرية الثامنة ، بغداد ، 1992 ، ص4.

(6) Morris K. , Mathematical Thought from Ancient to Modern Times , Vol : 3 , Oxford , 1972 , P.819.

(7) J. M. Dubbey , Mathematics of Ancient Babylon…..op.cit ,PP. 10-11.

كما ولا يوجد جذر تربيعي للأعداد السالبة ضمن مجموعة الأعداد الحقيقية[1].

دون رياضيوا بلاد الرافدين العديد من الجداول التربيعية وجعلوها مراجع لهم وقت الحاجة لها وهي التي تقوم مقام الحاسبة الرقمية والتي نستخدمها في الوقت الحاضر والا ربما يكون الأمر سيء بالنسبة لهم فيما اذا لم يفعلوا ذلك فعند اجراء أي عملية حسابية فربما تثير تساؤلاته عندما يطلب منه الجذر التربيعي لأي عدد ما كأن يكون العدد 15 فاذا كان 15 يعني 14 ولديه الجذر التربيعي 30=12 ولكن إذا كان يعني 15 وبطبيعة الحال فانه ليس لديه الجذر التربيعي بالضبط ومع ذلك يمكنه أي الكاتب أن يجد الجذر التربيعي من خلال النظر إلى الجدول وستكون الاجابة بالطبع مدونه لأي رقم يبتغيه ، ولكن المشكلة الأكثر خطورة والتي غالبا ما يواجهها القارئ في الوقت الحاضر هو عدم وجود علامة الصفر فمثلا 60.12 والتي ربما تكون 3001 أو 1 30 والتي ربما تعني 90 ايضا أو 112 فاذا إن من دون الصفر من الصعب أن نعرف كم المراتب العديدة والتفريق بينهما[2].

كما اتبع رياضيي بلاد الرافدين طريقة استخراج الجذور التربيعية من مربعات الأعداد وقد وجد العديد من هذه الجداول المنظمة لديهم وتبدأ من أرقام بسيطة ولربما تستمر مثل هذه الجداول في إيجاد مربعات أعداد كبيرة إذ يمكن الاستفادة منها وقت الرجوع اليها حين الطلب[3].

---

(1)D. Fowler ; E. Robson , Square Root Approximations in Old Babylonian………op.cit , P. 370.

(2)Hodg , Babylonian mathematics , chap1 , 2005 , P.24.

(3) J. Friberg , Geometric division problems, quadratic equations, and recursive geometric algorithms in Mesopotamian mathematics , Archive for History of Exact Sciences AHES , Vol: 68, No:1 , 2014 , P.7.

ومن الامثلة على هذه الجداول والتي تخص الجذور التربيعية :

مربع1=1	1-e 1 íb-si_8
مربع2=4	4-e 2 íb-si_8
مربع3=9	9-e 3 íb-si_8
مربع 67=4489	1,14,49-e 1,7 íb-si_8[1]

وبنفس الطريقة المتبعة نظم رياضيي بلاد الرافدين جداول أخرى مطولة خاصة بالجذور التكعيبية وقد استخدموا لهذه العملية مصطلح ba-si_8 ولربما استخدموا نفس المصطلح الذي يخص الجذور التربيعيةíb-si_8 [2].

ومن الأمثلة على هذه الجداول :

أي: مكعب 1=1	1-e 1 ba-si_8
مكعب 2=8	8-e 2 ba-si_8
مكعب 3=27	27-e 3 ba-si_8[3].

أو المثال الاتي يوضح استخدام مصطلح íb-si_8 للدلالة على الجذر التكعيبي.

1	e1	íb-si_8
8	e2	íb-si_8
27	e3	íb-si_8.....[4]

---

(1) الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ،المصدر السابق ، ص309.

(2) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........، المصدر السابق ، ص a:438.

(3) الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص309.

(4) اسماعيل ، خالد سالم ، نصوص مسمارية غير منشورة.......، المصدر السابق ، ص112.

-Abed , Basima Jaleel , Old Babylonian….. op.cit , PP.90

-O. Neugebauer & A.J. Sachs , Mathematical Cuneiform Texts……., op.cit , AOS PP.33-35

ولابد من الاشارة إلى أن كتبة رياضيي بلاد الرافدين نظموا جداول أخرى مطولة شملت الجذور التربيعية والتكعيبية معا[1] ، وقد وصلت مثل هذه الجداول إلى أرقام كبيرة جدا ومما لا شك فيه فإن تلك الجداول هي اشارة واضحة إلى مدى قمة المعرفة والتطور بمختلف العلوم ومنها علوم الرياضيات والتي نحن بصددها والذي يعكس ازدهار الاقتصاد إذ أنَّ الزيادة الكبيرة في الأعمال التي تخص الحياة اليومية والاقتصادية أو في أي جانب من ميادين الحياة جعلتهم يفكرون بإبتكار لمثل هذه الطرق لتساعدهم بالتالي على انجاز أي من العمليات الحسابية التي يرغبون بها بأسرع وقت واقل جهد فقط من خلال الرجوع اليها[2]. ومن هذه الجداول ينظر شكل رقم (7).

---

[1] K.S. Isma'el ; E. Robson , Arithmetical Tablets From Iraq Excavations in the Diyala , London , 2010 , PP.156-157.
[2] K. R. Nejat, AOS , op.cit , PP.75.77

المبحث الثالث

نصوص الهندسة والجبر

يقصد بالمسائل الجبرية هي عملية تجريد للعمليات الحسابية فيستعاض عن الأعداد برموز تدعى في الجبر متغيرات أو عناصر لمجموعة ما عندئذ تصبح عمليات الجمع والضرب مجرد أمثلة عن المؤثرات الجبرية والعمليات الجبرية الثنائية[1].

ولا بد من الاشارة إلى أنَّ رياضيي بلاد الرافدين لم يستخدموا الرموز والاشارات الجبرية كما هو متداول في الجبر الحديث ولكنهم حلوا مسائلهم بالطرق الجبرية الخطابية أي إقران المسائل الجبرية بالمال والربح الذي ينتج عنه وينطبق الشيء نفسه على المسائل الهندسية أيضا من خلال امكانية تقسيم الحقل أو الأرض إلى أشكال ومساحات مختلفة[2].

أمَّا المسائل الهندسية فهي الأخرى تعنى بخواص علاقات الأشكال في الفضاء وتدرس الهندسة المستوية المربعات والدوائر والأشكال الأخرى في المستوى ومن جانب أخر تعنى الهندسة الفراغية بدراسة الأشكال ذات الابعاد الثلاثية مثل المكعب والكرة[3].

لقد كان للمفاهيم الهندسية لدى رياضيي بلاد الرافدين دور مهم مثل المبادئ الهندسية التي تخص التشابه وقد كان لها الاثر الكبير في مواضيع كثيرة في الحياة العملية وبالإمكان تطبيق العمليات الحسابية فيها وهذا واضح من الحلول التي أضيفت اليها مساحات أو أطوال او مساحات مضاعفة ومن الألواح التي تدل على علاقة هندسية معقدة من العصر البابلي القديم والذي يورد عدة مسائل تقيم علاقة بين مساحة الدائرة والأشكال المضلعة له طابع نظري شكل رقم (8) ، اذ كتبت على هذا اللوح تمارين هندسية لابد أن يقع على عاتق الطالب / التلميذ الرياضي القديم

---

[1] توري ، معجم الرياضيات المصور.......، المصدر السابق ، ص75.

[2] الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص310.

[3] E. Robson , The Long Career of a Favorite Figure The apsamikku in Neo-Babylonian Mathematics , University of Cambridge , 2007 , P.219.

أن يحسب مساحات أشكال مختلفة " مربع ضلعه 1 وداخله أربع أرباع دائرة و16 شكل زورق رسمت 5 أشكال رباعية الزوايا مقعرة الأضلاع والمطلوب حساب هذه المساحات[1].

ولابد من الاشارة إلى أنَّ المسائل الجبرية والمسائل الهندسية تربط في مسألة موحدة في بعض الاحيان فتعطي لنا في هذه الحالة تمثيلا لمعادلة جبرية بخط مستقيم أو منحن[2].

اولاً: المسائل الجبرية:

هي عبارة عن مسائل رياضية تعطي فيها فروض ومعطيات المسألة ، ثم الخطوات التي يجب أن يسير بموجبها الحل ، وهناك صنف آخر قد اقتصر على تعداد أنواع المعادلات التي نظمت بحسب تصنيف يتدرج من الأنواع السهلة من المعادلات يبدأ بها من الدرجة الثانية ومن ثم تزداد التعقيدات تدريجيا ، اذ تضمن احدى الألواح الرياضية من مجموع(200) نص رياضي عثر عليه في مدينة نفر (نفر) ، مسألة رياضية وهي لا تتجاوز مساحة صفحة واحدة من كتاب وان غالبية هذه النصوص الرياضية قد دونت باللغة البابلية وقليل منها باللغة السومرية منها ما وصل كاملا مع حلها وأخرى من دون حل وهي الآن موزعة على متاحف العالم[3].

تمكن رياضيي بلاد الرافدين من حل العديد من المسائل الجبرية والتي تخص حل المعادلات الاسّيّة والخطية والآنية والتي تحتوي على مجهول واحد او عدة مجاهيل والتي تسمى حاليا بمعادلات من الدرجة الأولى[4] ، كما عرفوا حل المسائل التي غالبا ما تطرح في اطار اقتصادي هندسي سواء اكان ضريبة أو إرث أو تبادل تجاري أو بناء مخازن وما شابه ذلك ، فكانت تحل بواسطة لمعادلات من الدرجة

---

[1] جون ، اوتس ، تاريخ بابل مصور.........، المصدر السابق ، ص 281.

ساكز ، هاري ، عظمة بابل......... المصدر السابق ، ص522.

RlA 7, 1987-90, P.558.

[2] J. George Gheverghese , Non-European ...... , op.cit , P.150.

[3] شحيلات ، علي ، الحمداني ، عبد العزيز الياس .... ، المصدر السابق ، ص345.

[4] Karine. C. The History of Mathematical , Cambridge , 2012 , P.385.

الثانية في أغلب الأحيان وكان رياضيي بلاد الرافدين يتعاملون معها من خلال الجمل والكلمات دون اللجوء إلى استخدام الرموز وكان يتم الوصول إلى النتيجة من خلال قائمة من القواعد والعمليات التي يجب تطبيقها وهي المراحل المختلفة لحل معادلات من الدرجة الثانية[1] ، وهنالك بعض المسائل الهندسية التي وصلتنا من عصر سلالة اور الثالثة (العصر السومري الحديث) (2100–2000 ق.م) من مدينة اوما تحديدا وقد حلت هذه المسائل بطرق جبرية ومعادلات من الدرجة الثانية حلت تحت قاعدة افتراضية مستخدمة حاليا [2]، وهي :

$$A^2+BA=C$$

لقد أمكن حل هذه المسائل بتعامل مع الأشكال الهندسية سواء المربعة أو المستطيلة وبتكملة ما هو غير موجود منها وبالاستعانة بالعمليات الحسابية لحل مشكلاتها وهنالك عدد من هذه النماذج وهي بحد ذاتها مختلفة العصور والمضامين[3].

كما عرف رياضيوا بلاد الرافدين حل معادلتين مجهولتين وحل المعادلات من الدرجة الثالثة وكانت طريقة الحل غالبا ما تكون بالرسم (الشكل) الهندسي فناتج المجهولين مثلا (الطول ، العرض) يعطي المساحة فضلا عن المعادلات المشابهة أو المطابقة للمسائل الجبرية اذا ما قورنت في العصر الحديث[4].

وجميع العمليات الجبرية هي عمليات تجريد للعملية الحسابية فيستعاض عن الأعداد برموز تدعى في الجبر متغيرات أو عناصر لمجموعة ما عندئذ تصبح عمليات الجمع و الضرب مجرد أمثلة عن المؤثرات الجبرية و العمليات الجبرية

---

[1] رشيد ، فوزي ، "العلوم الانسانية والطبيعية" ....، المصدر السابق ، ص387.

[2] J. Friberg , Geometric division problems………, op.cit , PP.4-8.

[3] حول المعادلات من الدرجة الثانية ينظر :

J. Friberg , A Geometric Algorithm with Solutions to Quadratic Equations in a Sumerian Juridical Document from Ur III Umma , CDLJ , Technology, 2009 , PP.1-24.

[4] الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص310.

الثنائية ، و تعريف هذه العمليات يقودنا إلى بنى جبرية مثل الزمر ، الحلقات ، الحقول[1].

وتخاطبنا النصوص ذات العلاقة بالقضايا العملية وللقارئ بصيغة الشخص الثاني وانها مدونة باللغة الأكدية إلاَّ أنَّها وردت في أمثلة قليلة باللغة السومرية فهي إمّا أن تحدد احدى القضايا عن طريق تقديم حقائق واعداد أساسية ، ثم تصف بعد ذلك الطريقة لحل تلك القضية بطريقة الخطوات ، أو أنها تدون أعداد كبيرة من القضايا دون الاشارة إلى حل معين ، وتتدرج النتيجة الرياضية التي سجلت فيها هذه القضايا العلمية والتي تصل إلى مائتين أو أكثر أحيانا من نسب بسيطة إلى نسب معقدة ان هذه الأجراءات يتخذ من دون ضبط النتائج العددية مستخدمة قياسات وأعداد أخرى ذكرت وحدها لغرض تصور العمليات الموصوفة كما لا بد أن يفهم أنَّ القضايا العلمية التي تخص رياضيي بلاد الرافدين والعلوم الرياضية مثل المعادلات الجبرية التربيعية وغيرها من ذات العلاقة هي في طبيعتها معادلات جبرية ولو أن من صياغتها تبدو انها أُصيغت بتعابير هندسية[2].

تعود أقدم النصوص الخاصة بالقياسات ومساحات حقول مربعة واسعة وبعض المسائل الهندسية الأخرى إلى العصر الاكدي (2371–2230 ق.م) وسلالة أور الثالثة من العصر السومري الحديث (2112–2004 ق.م) وتوج ازدهار هذا الابداع في العصر البابلي القديم الذي تطور فيه علم الرياضيات تطورا واضحا وملحوظا واستمر إلى عهود اطول حيث شمل العصرين الآشوري والبابلي الحديثين ومن ثم العصر البابلي المتأخر (الاخميني)[3].

---

[1] Donald E. K. , Ancient Babylonian Algorithms , ACM , Vol: 15 , No: 7 , Stanford , 1972 , P.672.

[2] أوبنهايهم ، ليو ، بلاد ما بين النهرين ، ترجمة سعدي فيضي عبد الرزاق ، ط2 ، بغداد ، 1986 ، ص 403.

[3] Burton , D.M. The History of Mathematics , U.S.A , 1984 , P.22.

ومن أهم الأمثلة على المسائل التي تخص الهندسة هي المسائل الهندسية بنوعيها المستوية والمجسمة ، والمسائل التي تخص الجبر هي المعادلات الآنية والخطية من الدرجة الأولى والثانية الثالثة[1].

وخلف لنا رياضيي بلاد الرافدين العديد من الأشكال الهندسية مثل المربعات والمستطيلات والمثلثات قائمة الزوايا والمتساوية الساقين وشبه المنحرف واستطاعوا قياس حجوم العديد من المجسمات كالأسطوانية والمخروطية والهرم المقطوع والهرم الرباعي[2].

إنَّ من الأمور الرياضية التي عرفها رياضيي بلاد الرافدين هي الكسور والتي تمثل اجزاء الستين فمثلا الكسر $\frac{1}{2}$ كان يعني 30 أي نصف الستين[3].

ثانيا: المسائل الهندسية:

اهتم رياضيي بلاد الرافدين بالهندسة لما لها علاقة في حياتهم اليومية سواء أكان ذلك من الناحية العمرانية أم من ناحية تطبيق مبادئها في الأعمال المتعلقة بالزراعة مثل تقسيم الحقول وتنظيم شبكات الارواء ، وأن تقدمهم في الجبر كان عاملا مساعدا في تطوير تلك المفاهيم إذ يلاحظ جليا تطبيق المبادئ والأسس الجبرية وادخالها في القضايا الهندسية حتى أصبحت خاصتها الجبرية من أهم مميزات الهندسة في بلاد الرافدين[4].

إن ادراك رياضيي بلاد الرافدين لعلاقة الجبر بالهندسة واستخدام الطرائق الجبرية لحل المشاكل الهندسية كان يدل دلالة واضحة على تفوقهم ومعرفتهم التامة

---

[1] E. Robson , Mesopotamian Mathematics 2100-1600 BC , Technical Constants in Bureaucracy and Education , OECT , vol : 14 , Oxford , 1999 , PP.34-45.

[2] توري ، معجم الرياضيات المصور.......، المصدر السابق ، ص66-70.

[3] اسماعيل ، خالد سالم ، مظاهر التوحد في العلوم الصرفة.....، المصدر السابق ، ص149.

[4]K. R. Nejat ,………… AOS , op.cit , PP.72-74

والواسعة بالجبر ومبادئه المختلفة مع معرفة حل الصعوبات الهندسية والتي تؤدي بالتالي إلى نتائج صحيحة ودقيقة ، لاسيما عند تطبيق المسائل الجبرية مع المسائل الهندسية والتي تسمى بالوقت الحاضر بالهندسة التحليلية [1].

توصل رياضيي بلاد الرافدين بمهارة فائقة من إيجاد مساحات وأحجام مختلفة الأشكال باستعمال قوانين صحيحة أدت إلى نتائج جيدة ، منها مساحة المستطيل وشبه المنحرف الذي يكون أحد أضلاعه عمودا على ضلعيه المتوازيين ، وذلك بأنه يساوي نصف حاصل ضرب طول العمود في مجموع الضلعين المتوازيين ، وايجاد مساحة المثلث ، أما الزاوية فقد ذكروا اذا اسند سلما او عمودا إلى جدار يتألف من سلم ومن الجدار ومن سطح الأرض بينهما مثلث قائم الزاوية نسبة بعض اضلاعه إلى بعضه الاخر مثل (3–4–5) ، وقد استخرجوا مساحته بضرب طول ضلعيه القائمين[2].

هنالك العديد من النصوص المسمارية والتي تضمنت مسائل ومفاهيم هندسية بحتة ومنها النص الخاص بتشابه المثلثات[3] وكذلك ايجاد المساحات والحجوم كايجاد مساحة المثلث الكبير وبعض الأشكال الهندسية كشبه المنحرف والمعين ومتوازي المستطيلات وايجاد اطوال اضلاعها[4].

ومن المسائل التي تخص الأمور الهندسية ولها خواصها وعلاقاتها وأشكالها وتدرس الهندسة المستوية المربعات والدوائر والمثلثات والمستطيلات والأشكال

---

(1) A. Gittleman , History of mathematics , Printed in the United States of America , 1975 , p.13

(2) السامرائي ، خالد أحمد ، رياضيات وادي الرافدين وأثرها........، المصدر السابق ، ص73.

(3) الراوي ، فاروق ناصر ، العراق في موكب الحضارة ، ج1 ، بغداد ، 1988 ، ص389.

(4) Al-Rawi , F.N ; Roaf , M. , Ten Old Babylonian Mathematical ; Problems from Tell-Haddad , Him rein , Sumer , 43/1 , 1984 , pp.175-215.

الأخرى في المستوى[1] ، وتعني الهندسة الفراغية بدراسة الأشكال ذات الأبعاد الثلاثة مثل المكعب والكرة ، فضلا عن دراسة مصطلحات النسبة الثابتة وأسماء الأشكال الهندسية وكيفية الحصول على المساحات والحجوم[2].

وقد رتبت الجداول الرياضية لعمليات الضرب ومربعات الأعداد ومكعباتها ولوغاريتمات والجذور الأساسية وقوائم الأعداد فضلا عن ذلك كانت الحاجة إلى الوظائف الأسية لغرض تقدير نسبة مشتركة [3].

ومن أهم انواع تلك الجداول هي:

1-جداول معكوس الأعداد

2-جداول الضرب

3-جداول بالجذور التربيعية

4-جداول بالجذور التكعيبية

5-جداول بالجذور التربيعية والتكعيبية

6-جداول خاصة بالأوزان والمكاييل

7-جداول خاصة بمساحات المربعات والمستطيلات[4].

إن أحدى أكثر الاكتشافات إثارة للاهتمام التي نشأت عن المسائل الحسابية والهندسية هو أن البابليين استعملوا« جداول » لعدد كبير من الإجراءات الضرب والقسمة والكسور والجذور التربيعية والتكعيبية وغيرها كثير وهذا جعل من الحساب عملية ميكانيكية تقريبا وهي مجرد النظر إلى الجداول ، ولإيضاح ذلك نورد مسألة

---

[1] Louis C. K. , New Light on Babylonian Mathematics , AJSL , Vol. 52, No. 2, Chicago ,1936 , P.73.

[2] Jöran Friberg , Methods and Traditions of Babylonian Mathematics, II: An Old Babylonian Catalogue Text with Equations for Squares and Circles , JCS , Vol. 33, No.1 , 1981 , PP.57-58.

- Louis C. K. , New Light on Babylonian Mathematics… ..op.cit P. 73.

[3] أوبنهايهم ، ليو ، بلاد ما بين النهرين ، ترجمة سعدي فيضي عبد الرزاق ، ط2 ، بغداد ، 1986 ، ص 403.

[4] شحيلات ، علي ، الحمداني ، عبد العزيز الياس..........، المصدر السابق ، ص345.

ينظر كذلك : رشيد ، فوزي ، "العلوم الانسانية والطبيعية" ....، المصدر السابق ، ص387.

تعود إلى الألف الثاني ق.م وهي تحتفظ بفكرتها الرائعة في الدفاتر المدرسية للمبتدئين: ضرَبتُ الطول في العرض لأحصل على المساحة كان الجواب (3 2) .... أي أن (٣ x ٦٠) + (١ x٢) = ١٨٢.

"بعد ذلك أضَفتُ الطول إلى العرض فكان الجواب ٢٧ ، أوجد الطول والعرض والمساحة وحين يواجه المبتدئ هذه المسألة ببعض الحظّ فإنه يعرف مباشرة أنها مسألة روتينية حول« مساحة الحقل » وهو سيبتدئ بفحص ما إذا كانت تتعلق بحقل مربع فضلا عن أنَّه سيستعين بجداول الجذور التربيعية الجاهزة لديه فإنه يرى أن أقرب مربعين إلى ١٨٢ هما ٢١٣) ١٦٩ وهو صغير جدا (و ٢١٤) ١٩٦ وهو كبير جدا.(لذا فمن المحتمل أن يكون الحقل مستطيلا ضلعاه ١٤،١٣ . وعندئذ يبين جدول الضرب أن ١٨٢ = ١٣ x ١٤، وحتى الآن الجواب صحيح ومجموع الطول والعرض ١٤ + ١٣ يساوي عدد صحيح أيضا وهكذا فإن جواب المسألة هو الطول ١٤ والعرض ١٣والمساحة ١٨٢"[1].

هناك العديد من الأشكال الهندسية التي خلفها لنا رياضيوا بلاد الرافدين والتي تخص مواضيع ومسائل رياضية للعديد من الأشكال الهندسية لقد كان رياضيوا بلاد الرافدين على معرفة ودراية بكيفية ايجاد مساحة المربعات والمستطيلات وشبه المنحرف كما استطاعوا قياس حجوم العديد من المجسمات كالاسطوانية والمخروط والمخروط المقطوع والهرم الرباعي[2].

فضلا عن معرفتهم بالأشكال الهندسية كالدائرة والمربع فمن بين الألواح الرياضية التي رسم عليها مربع مع قطريه اذ كان رياضيي بلاد الرافدين على علم بقيمة الجذر التربيعي للعدد 2 وقد خصوا له جدول منفردا جاهزا للاستفادة منه وقت الحاجة كما ذكرنا سابقا إذ إنَّ قيمة الجذر للعدد 2 تساوي 1,414213 أما هندسة

---

[1] رشيد ، فوزي ، "العلوم الانسانية والطبيعية" موسوعة الموصل الحضارية ....، المصدر السابق ، ص387.

[2] الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص310–311.

الدائرة فلم تكن واضحة بالنسبة لهم من الناحية العملية وقد ترك لنا رياضيي بلاد الرافدين مباحث مهمة تتضمن قوانين رياضية لاستخراج مساحتها منها ما هو على وفق الدستور الجبري فكانت على وجه القانون الاتي :

$$\text{مساحة الدائرة} = \frac{\text{محيطها}}{12}$$

إذ إنَّ مساحة الدائرة $=$نق^2×ط ، محيط الدائرة $=2$نق×ط من خلال هذه المعطيات[1] إذ نلاحظ ان رياضيي بلاد الرافدين قد وضعوا دستورا خاصا لحسابات الدائرة وإن لم يكن صريحا وعلى وفق الاتي :

$$\text{نق}^2\text{ط} = \frac{(2\,\text{نق ط})^2}{4\text{ط}} = \frac{\text{م}^2}{3x4} = \frac{\text{م}^2}{12} = 3 \quad \text{لذا عدت ط} = 3$$

وهذا يعني أن العددπ بالنسبة لهم كان يساوي 3 ، إذ إن محيط الدائرة يساوي 3 امثال قطرها ، لقد عثر المنقبون في التنقيبات التي اجريت في موقع بلاد الرافدين على رقيم وقد حدد في مضمونه قيمة π وهي تساوي $3+\frac{1}{8}$ وقد تم التعرف على هذه القيمة من خلال رسم مضلع سداسي منتظم داخل دائرة[2].

وذلك يمثل ابتكارا أصيلا في علم الهندسة يتمثل بايجاد القوانين الرياضية والعمل على تطبيقها للوصول إلى نتائج قريبة وصحيحة ، وتعمقوا أكثر في دراسة خصائص الدائرة فقد قسموا محيطها إلى 360 جزءا متساويا لقد كان ذلك من الانجازات الرياضية المهمة والتي مازالت تستعمل لحد الآن[3] ، ونحن ندين

---

[1]Abed , Basima Jaleel , Old Babylonian….. op.cit , PP,78-88

[2] E. Robson , Neither Sherlock Holmes nor Babylon A Reassessment of Plimpton 322 , Historia Mathematica HM , vol : 28 , Oxford, 2001 , PP.180-183.

[3]E. Robson , Mesopotamian Mathematics 2100-1600 BC…….,op.cit , OECT, PP. 26-24

لرياضيي بلاد الرافدين من خلال اتباعنا طريقتهم من قسمة محيط الدائرة إلى 360 جزءاً متساويا[1] ، أما المستطيل فقد ميزوا عدة أنواع وافردوا مصطلحات وتسميات لكل منهم[2].

وتوصلوا أيضا إلى معرفة المخروط التام والهرم الناقص وحجم الموشور الذي قاعدته شبه منحرفة ، فضلا عن أنَّهم أوضحوا بأن حجم الأسطوانة الدائرية القائمة يكون بضرب القاعدة في الارتفاع حالها حال حساب مساحة المستطيل ، فضلا عن حجم المخروط الناقص أو الهرم المربع الناقص هو حاصل ضرب الارتفاع في نصف مجموع القاعدتين ، ومن أبحاثهم المتعلقة في علم الهندسة أنهم توصلوا إلى صياغة مجموعة من الحقائق الهندسية ومن أمثلتها هي أن العمود المار خلال رأس مثلث متساوي الساقين بنص القاعدة وان الزاوية التي يكون رأسها على محيط نصف الدائرة واضلاعها يمران في طرفي القطر هي زاوية قائمة[3] ، وأثبتوا أنَّ طول قطر الدائرة يساوي ثلث محيطها ، كما أوضحوا أن اضلاع المثلثين المتشابهين المحيطة بزوايا متناظرة تكون متناسبة[4].

إنَّ من الابتكارات الأصلية التي توصل إليها رياضيي بلاد الرافدين هي ذلك النص المسماري الذي يحمل شكل مربع وقطريه بحيث كتب العدد (30) على أحد الأضلاع والعددان الآخران على امتداد القطرين وكانت النتيجة في النهاية فقد عبروا عن $\sqrt{2}$ إلى جزء واحد من المليون ، وذلك دليل يثبت معرفتهم بتلك النظرية والتي تسبق من جاء بعدهم بألاف السنين ، ومن الأدلة الأخرى عن المسائل الرياضية

---

(1) D. E. Smith , History of Mathematics , PUS , vol:1 , America , 1958 , p.40.

(2) J. Høyrup., A hypothetical history of Old Babylonian mathematics……., op.cit , P.12.

(3) D. E. Smith , History of Mathematics…….., op.cit , P.40.

(4) السامرائي ، خالد أحمد ، رياضيات وادي الرافدين.......... ، المصدر السابق ، ص73.

التي تم معرفة حسابها بنفس هذه الطريقة نص يعود إلى العصر البابلي القديم فحواه سلم أو دعامة طوله 30% أسندت على جدار ، فاذا انزلق طرفه العلوي إلى أسفل مساحة 6% فما هو بعد طرفه السفلي عن حافة الجدار ، إن الجواب على هذه النظرية تحل طريقته بوضع قاعدة مشابهة لحل نظرية تشابه المثلثات وهي من الخطوات التي تقدم بها رياضيي بلاد الرافدين بطريقة أوسع فمن خلالها سيتم اعطاء الناتج صحيح ، فضلا عن معرفتهم بحساب القوس في حالة معرفة طول الوتر وقطر الدائرة[1].

سنورد بعض المصطلحات السومرية وما يقابلها بالأكدية خاصة بالأشكال والأحجام ، ولنبدأ اولاً بأخذ الشكل الخارجي وهو المتمثل بالمساحة فيطلق عليها باللغة السومرية A.ŠÀ [2] 𒀀𒊮 ويقابلها بالاكدية المفردة eqlu[3] .

أمَّا الحجم فقد خص رياضيي بلاد الرافدين المفردة السومرية SAḪAR[4] 𒊓𒄯 ويقابلها بالأكدية المفردة eperu[5] .

الطول يطلق على المفردة المعنية بالطول المصطلح SAG.KI[6] 𒊕𒆠 وربما تأتي بصيغة SAG.KI/UŠ ويقابلها بالأكدية šiddu[7] .

---

[1] عبد العظيم ، أنيس ، العلم والحضارة ، ص51.

[2] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........، المصدر السابق ، صa:62.

[3]CAD , E, P.11.a .

[4] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........، المصدر السابق، صa.b:898 ، MDA , P,121:212.

[5]CAD, E , P.189:b.

[6] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........، المصدر السابق ، صa:863

[7] الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة –الاكدية........، المصدر السابق، ص600 : b

الارتفاع يطلق على مصطلح الارتفاع المفردة السومرية ZI [1]

ويقابلها بالأكدية المفردة ziqpu[2] .

الدائرة ويطلق عليها بالسومرية المفردة GAM[3] والتي تعني شيء مدور حسبما تذكر النصوص أو دائرة بالمعنى الأصح وتقابلها باللغة الأكدية المفردة kippatu[4] ولا بد من الاشارة إلى ان قطر الدائرة يطلق عليه بالأكدية šuburrum[5] .

في حين يطلق على محيط الدائرة $KA.KEŠ_2$[6] وتقابلها باللغة الأكدية المفردة siḫirtu[7]

المربع أو ضلع المربع ويطلق عليها بالسومرية المفردة LAGAB[1]

او ḪAR[2] و IB_2-SA_2[3] وتقابلها باللغة الأكدية المفردة mitḫartu[4] ، mitḫāru[5] .

---

(1) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........، المصدر السابق، صa:1116 ،
MDA , P.77:84.

(2) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة –الاكدية........، المصدر السابق ، ص729: b ،
CDA, P.448:b.

(3) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........، المصدر السابق ، صb:327

(4) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة –الاكدية........، المصدر السابق ، صa:267 ،
CAD, K, P.398:b.

(5) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة –الاكدية........، المصدر السابق ، صa:615 ،
CDA , 379:b.
CAD , Š III , P.190:b.

(6) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........، المصدر السابق ، ص:b:526
MDA , P.49:15.

(7) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة –الاكدية........، المصدر السابق ، صa:267
CDA, p.322:a

المســتطيل ويطلــق عليهــا بالســومرية المفــردة BAR.NUN[6]

وتقابلها باللغة الأكدية المفردة siliptu[7] ، كما أن هذا المصطلح لا ينحصر في هذا المعنى فحسب بل يطلق المصطلح BAR.NUN أيضا للدلالة على وتر المثلث أو الخط القطري وربما خط الزاوية أيضا في بعض الاحيان[8] ، فـي حـين أن خـط الزاويــة اشــير إليــه فــي نصــوص أخـرى بالمصـطلح DAL[9] ويقابل هذا المصطلح باللغة الأكدية المفردة tallu[10] .

المتــوازي اطلــق عليــه باللغــة الســومرية GIŠ.Ì.ŠUB[11] ويقابل هذا المصطلح باللغة الأكدية المفردة nalbattu[12].

---

(1) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية.........، المصدر السابق ، ص62:b.
MDA , P.215:483.
(2)MDA , P.187:401.
(3) MDA , P.119:207.
(4)CAD, M ,I, P.138.
(5) CDA , P.213:a
(6) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........، المصدر السابق ، ص139: a- b:481 .
MDA , P.71:74.
(7) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة –الاكدية.........، المصدر السابق ، ص549:a.
CAD , S, P.188:a
(8) MDA , P.71:74.
(9)MDA , P.79:86.
(10)CDA, P.396:a.
(11) CAD,N,P.201
(12)CDA , P.234:b

القطر أو الضلع لأي شكل هندسي سواء أكان مثلث أو دائرة أو مكعب أو غيره فقد أطلق السومريين مصطلح GAZ[1] ويقابل هذه المفردة باللغة الاكدية ḫipu[2].

شبه المكعب يطلق عليه بالسومرية SIG.ÁB[3] ويقابلها بالأكدية arḫu[4].

شكل الاسفين يطلق عليها بالسومرية Á.SUH[5] ويقابلها بالأكدية المفردة aškuttu[6].

متوازي / مخروط يطلق عليه باللغة السومرية IM.LÁ ويقابلها بالأكدية المفردة imlû[7].

أمَّا المعين فيطلق عليه باللغة السومرية UŠ[8] ويقابلها بالأكدية المفردة emedu[9].

لابد من الاشارة إلى أن رياضيي بلاد الرافدين اشاروا الى النتيجة النهائية ألا وهو اليساوي او التطابق (=) إلاَّ أن الاشارات عنه قليلة في النصوص الرياضية

---

(1) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية.........، المصدر السابق ، ص338: b .
DSL,P.110

(2) CAD , H , P.196:b.

(3) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية.........، المصدر السابق ، ص883:a .

(4) CDA , P.23:a

(5) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية.........، المصدر السابق ، ص28:b .

(6) CAD , P.28:b.

(7) CAD , I , P.127:a.

(8) الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية.........، المصدر السابق ، ص1079

(9) CAD , E , P.139:a.

اطلــق عليــه بالســومرية GAB.RI 𒃮𒊑 ويقابلهــا بالأكديــة المفــردة meḫeru[1] وان لم تذكر صريحةً في النصوص إلاَّ في بعض الاحيان.

ثالثا: علم المثلثات

ان الفكرة الأساسية لعلم المثلثات وحساب أحجامها هي أن النسب بين اضلاع مثلث قائم الزاوية وتتوقف على مقدار اتساع زاوية قاعدته[2].

ويعرف علم المثلثات وهو أحد فروع الرياضيات التـي تـدرس العلاقات بـين أضـلاع وزوايا المثلـث نشأ هـذا العلـم مـن الهندسـة الإقليديـة (المسـتوية)، إذ يمكننـا تقسيم أي شـكل هندسـي مسـتوٍ إلـى مجموعـة منتهيـة مـن المثلثـات ، ولعلـم المثلثـات صـلاتٌ بفروع أخرى رياضية كالتحليل العقدي (المركـب) و اللوغاريتمات و حسـاب التفاضل والتكامل[3] .

حسـاب المثلثـات هـو حسـاب أحجـام المثلثـات والفكـرة الأساسـية فيـه هـي أن النسـب بـين أضـلاع مثلـث قـائم الزاويـة تتوقـف علـى مقـدار اتسـاع زاويـة قاعدتـه (أ) سميت هذه النسب جيب أ (جا أ) وجيب تمام أ (جتا أ) وظل أ (ظا أ) وغير ذلك، ووضعت لها جداول تعطي النسب لمختلف قيم الزاوية أ.[4]

وقد سبق رياضيي بلاد الرافدين غيرهم في معرفة علم المثلثات اذ إنَّ النص الخاص بالمثلثات قائمة الزوايا المتساوية الساقيين والفريد من نوعه الذي اكتشف في تل حرمل دليل سبقهم في النظرية التي عرفت حديثا نظرية فيثاغورس[5].

---

[1] AHW , P.641
[2] Douglas G. , The Significance of Ancient Mesopotamia…….op.cit , P.87.
[3] برغامني ، ديفيد ....، المصدر السابق ، ص123.
[4] Raymond C. A. , Babylonian Mathematics…..op.cit , P.73.
[5] الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص310.

إنَّ لعلم المثلثات اهمية كبيرة في حساب المثلثات الكروية والتي عني بها من قبل رياضيي بلاد الرافدين لاسيما عند دمجها مع علم الفلك لعلاقتها الوثيقة بذلك العلم ومن خلالها تركوا لنا العديد من الأفكار الرياضية التي تهتم بحساب علم المثلثات والتي تسبق ما جاء بعدهم من علماء الاغريق والحضارات الأخرى[1].

ومن الأمثلة العملية معرفة ارتفاع مبنى من خلال معرفة طول ظله ويمثل هذا المثال الحالة العلمية الأولى التي دعت رياضيي بلاد الرافدين لاكتشاف مفهوم الظل ، باستخدام عصا صغيرة معلومة الطول ، يمكن معرفة نسبة طولها إلى طول ظلها في هذه النسبة تعرف الميل و يمكن استخدامها لمعرفة ارتفاع المبنى بمجرد معرفة طول ظله ضربه بتلك النسبة ، يمكننا الاستدلال على ذلك معرفة أنَّ طول سارية مركب شراعي بمجرد معرفة الميل عند نقطة ما من سطح المركب بمجرد معرفة بعد تلك النقطة عن قاعدة السارية ، وزاوية النظر والتي تمثل الميل ، إن قيمة الميل تختلف باختلاف الدرجة ، ذلك المفهوم الذي طوره البابليون كجزء من 360 جزءاً من دائرة كاملة ، في محاولة لإيجاد وحدة لقياس الزوايا ، ففي مثالنا هذا كلما ابتعدنا عن السارية تنقص زاوية النظر لرأس السارية ، و مع اقترابنا من قاعدة السارية تزداد ، وبالتالي من خلال قياس تلك الزاوية يمكننا معرفة ارتفاع أي سارية، أو مبنى او جبل[2].

إن تقسيم الدائرة الكاملة إلى 360 درجة[3] ، تعود أصوله الأولى إلى البابليين ربما، من خلال أعمالهم لتطوير التقويم اليومي والسنوي[1].

---

[1] ايفز ، هوارد ، مقدمة في تاريخ الرياضيات ، ترجمة : خالد أحمد السامرائي ، ط3 ، بغداد ، ص247.

[2] E. Robson , Neither Sherlock Holmes nor Babylon A Reassessment of Plimpton 322 , Historia Mathematica HM , vol :28 , Oxford, 2001 , 176-180.

[3] E. Robson , Mesopotamian Mathematics 2100-1600 BC…….,op.cit , OECT, P.24

أمَّا بالنسبة إلى الجيب وجيب التمام والظل اعتماداً على ما هو معروف حول العديد من أطوال أضلاع وزوايا مثلثٍ قائم توجد نسبتين لمثلثين واسعة الاستخدام وهما: دالة الجيب ودالة جيب التمام [2].

كما هو معروف في المثلث القائم ، لكل زاوية ضلع مقابل ، و مجاورين يشكلا معا تلك الزاوية ، واعتماداً على أطوال تلك الأضلاع يمكن معرفة كل النسب المثلثية للزاوية المعنية[3] .

في المثلث القائم ، يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة بالوتر أما الضلعين المتبقيين فيسميان بالساقين ، وعادة ما نكون مهتمين بزاوية أخرى غير الزاوية القائمة وما كنا قد دعوناه بـ "الارتفاع" في المثال أعلاه يأخذ على أنّه طول الساق المقابل للزاوية المطلوبة وبالمثل فإنّ الميل يأخذ على أنّه طول الساق المجاور

وعند التطبيق على قياس زاوية ، فإنّ الدوال المثلثية الثلاث تنتج تركيبات متنوعة من النسب لأطوال أضلاع المثلث . وبعبارة أخرى فإنّ :

ظل الزاوية A = طول الضلع المقابل مقسوماً على طول الضلع المجاور .

جيب الزاوية = A طول الضلع المقابل مقسوماً على طول الوتر .

جيب تمام الزاوية A = طول الضلع المجاور مقسوماً على طول الوتر.

ومن مثالنا عن سارية المركب الشراعي ، فإنّ العلاقة بين الزاوية وظلها يمكن أن تحدد من خلال رسمها البياني ، الرسوم البيانية للجيب وجيب التمام مضمنة[1] كذلك في شكل رقم(9).

---

[1] اسماعيل ، خالد سالم ، تعليقات حول مصطلحات التوقيت ......، المصدر السابق ، ص309.

[2] ايفز ، هوارد ، مقدمة في تاريخ الرياضيات ....، المصدر السابق ، ص312.

[3] ARCBMT , P.270.

من الجدير بالذكر، أنّ كل من هذه الدوال مرتبط بعضها ببعض من خلال مجموعة كبيرة ومتنوعة من المعادلات المعقدة تعرف باسم المتطابقات، والتي هي عبارة عن معادلات صحيحة على الدوام بغض النظر عن قيمة المتغير . كل دالة مثلثية تملك أيضاً معكوساً يمكن استخدامه لإيجاد زاوية من خلال نسبة الأضلاع شكل رقم (10).

بطبيعة الحال علم المثلثات يشمل دراسة كل أنواع المثلثات و ليس فقط القائمة منها ، و تعرف عملية معرفة أضلاع المثلث وزاوياه بحل المثلث ، بشكل عام و لأجل أي مثلث إقليدي ومن خلال معرفة عدد معين من الأضلاع و الزوايا، يمكن الاستدلال على البقية بالاستفادة من مجموعة من العلاقات العامة التي تربط الأضلاع و الزاوايا[2] ، منها:-

قانون الجيب:-

وينص على أنّه إذا عرفت قيمة واحدة من النسب زاوية\ضلع، فيمكن تحديد بقية القيم من خلال معرفة أي واحدة منها.

قانون جيب التمام:-

وينص على أنّه يمكن إيجاد ضلع مجهول من خلال معرفة ضلعين والزاوية المحصورة بينهما ، وهو في الأساس نظرية فيثاغورس مع معامل تصحيح بالنسبة للزوايا غير القائمة وحقيقة أنّ مجموع زوايا أي مثلث يساوي $180°$[3].

سلكت المثلثات طريقًا مماثلًا للجبر فلقد تطورت لدى رياضيي بلاد الرافدين من خلال عدة عوامل وربما تكون التجارة والهجرة قد اسهمت في ذلك أيضا.

---

(1) E. Robson , Neither Sherlock Holmes nor ....op.cit , PP. 170-179.
(2) E. Robson , Three Old Babylonian Methods for Dealing with "Pythagorean" Triangles , JCS , Vol. 49 , Oxford, 1997 , PP.53-55.
(3) O. Neugebauer & A.J.Sachs , Mathematical Cuneiform Texts…….., op.cit , AOS PP.48-50.

وتبعاً لهذه التعقيدات ، سنركز بشكل خاص على الجيب وجيب التمام والظل ، ابتداءً من رياضيي بلاد الرافدين إذ قام البابليون بتحديد تقنية لحساب عدد مرات ظهور النجوم الثابتة على البروج ، والتي تستغرق حوالي 10 أيام بالنسبة لنجم ثابت مختلف ليظهر تمامًا قبل الفجر، وهناك ثلاث نجوم ثابتة في كل من الأبراج الفلكية الاثني عشر[1].

$$10 \times 12 \times 3 = 360$$

والعدد 360 قريب بما يكفي لـ(365.24) يومًا في السنة ولكنها أكثر ملاءمةً للتعامل معها ، و هذا ما جعل البابليين يقسمون السنة إلى 360 يوماً ثم يضيفون خمسة أيام لنهاية كل عام[2] .

ويبقى اللوح الرياضي الهندسية هو الفريد منه والذي تم العثور عليه من قبل التنقيبات الأثرية في موقع تل حرمل في الطبقة الثالثة وهو بهذا يعود إلى الألف الثاني ق.م من عهد سلالة بابل الأولى في القسم الأول منه وتحديدا في زمن الملك حمورابي حيث تمكنا من معرفة السنة التاريخية لهُ من خلال النصوص المسمارية التي كشفت في نفس الطبقة الأثرية والتي تتضمن جوانب حضارية أخرى وقد دون في نهايتها الصيغة التاريخية وهي تحمل اسم الملك حمورابي[3].

ومن أهم المصادر والألواح المسمارية التي تعطينا صورة واضحة عن تمكن رياضيي بلاد الرافدين من المعرفة بعلم المثلثات وهذا دليل على تقدم علوم الرياضيات في بلاد الرافدين في تلك العصور والنص الرياضي هو لوح صغير من

---

[1] O. Neugebauer & A.J. Sachs , Some Atypical Astronomical Cuneiform Texts, II , JCS , Vol. 22, No. 3/4 ,1968-1969 , P.92.

[2] اسماعيل ، خالد سالم ، تعليقات حول مصطلحات التوقيت.....، المصدر السابق ، ص307-309.

[3] J. Høyrup, A hypothetical history of Old Babylonian mathematics…….op.cit , PP.11.12.

الطين تتراوح ابعاده (9,5 ×3×6) وقد دونت كتابته بالخط المسماري وباللغة السومرية[1].

والنص يذكر ويوضح لنا اذ رسمت في أعلى هذا اللوح صورة لمثلث قائم الزاوية وقد قسم داخل هذا المثلث إلى أربعة مثلثات صغيرة ، وان الأضلاع المتناظرة داخل هذه المثلثات متناسبة وقد أعطى الكاتب أبعاد المثلث المذكور ومساحات المثلثات الصغيرة وقد دون تحت هذا الشكل الهندسي نص القضية وكيفية حلها[2] ، ينظر شكل (11 أ–ب).

إنَّ قضية علم تشابه المثلثات لدى رياضيي بلاد الرافدين كثيرة إلاَّ أن النص الرياضي الخاص بنظرية تشابه المثلثات جاءت صريحة استعمل بها مبدأ تشابه المثلثات استعمالا مباشر[3].

إنَّ ايجاز حل المسألة كما أوجزها الأستاذ طه باقر وهي ناتجة من انزال عمود من الزاوية القائمة في مثلث قائم الزاوية على وتره فيكون المثلثان المحدثان على جانبي العمود متشابهين ويشابه كل منهما المثلث الأصلي وقد أبدع بها رياضيي بلاد الرافدين إذ اعادوا رسم العامود القائم من الزاوية القائمة على الوتر عبر ثلاث مرات من التكرار[4] ، إنَّ الرسم الهندسي لمثلث قائم الزاوية وعلى أضلاعه أرقام من الداخل كتبت بالطريقة الستينية لمقادير الأضلاع ومساحات المثلثات المرسومة ، المثلث يتكون من أ ب ج وهي قائمة الزوايا فيه أ ب = 75 ، ب ج=60 ، أ ج =

---

[1] باقر ، طه ، لوح رياضي على نظرية لاقليدس........ المصدر السابق ، ص6.

[2] J. George Gheverghese , Non-European………, op.cit , PP.170-171.

[3] J. Høyrup, A hypothetical history of Old Babylonian mathematics…….op.cit , PP.11.12.

وللمزيد ينظر كذلك : ARCBMT , PP.272-274.

[4] باقر ، طه ، لوح رياضي على نظرية لاقليدس........، المصدر السابق ، ص6.

45 وحدة ، وقد قسم المثلث على أربعة مثلثات قائمة صغيرة وهي أ ج د ، ج د هـ ، د هـ ، من خلال تقسيمها بوضع عمود من الزاوية القائمة للمثلث الاول (الكبير) ويكون مستقيم على الوتر ثم تكرر رسم الأعمدة على الوتر لباقي المثلثات أما مساحات هذه المثلثات الأربعة حسب النظام الستيني[1] ، والمطلوب هو ايجاد طول ضلع ج د ، أ د فضلا عن ايجاد أطوال أضلاع المثلثات الصغيرة الأخرى اذ تمكن رياضيي بلاد الرافدين من حساب أطوال الأضلع أ د وهي 47 من خلال وضع قاعدة لمفهوم تشابه المثلثات وهي

$$\frac{\text{مساحة المثلث أ د ج}}{\text{مساحة المثلث أ ب ج}} = \frac{(\text{أ د})^2}{(\text{أ ج})^2}$$

وبالتعويض[2] : $\frac{486}{60x450\frac{1}{2}} = \frac{(\text{أ د})^2}{(45)^2}$

اذا أ د = 47 وبنفس الطريقة اوجدوا طول ضلع ج د =136 ، ب د = 48[3].

ويمكن أن نبين المسألة الرياضية للحل بالمعادلة التالية :

$$\text{ب د} = \frac{\sqrt{\text{أ ب}}}{\text{أ جـ}} \times 2 \times \text{مساحة المثلث أ ب د}$$

وبالأرقام المعطاة حسب النص المسماري هي :

[1] Rahul R., On Ancient Babylonian Algebra and Geometry , Delhi. , 2003 , PP.36-38.

[2] Donald E. K. , Ancient Babylonian Algorithms……….. ..op.cit , P.675.

[3] السامرائي ، خالد أحمد ، رياضيات وادي الرافدين وأثرها.......، المصدر السابق ، ص75.

ب د = $\frac{\sqrt{45}}{60} \times 2 \times 8,6 = 27$

إذ مثلت المسألة الرياضية مثلث طوله 1,0 (60) وطول ضلعه الطويل (الوتر) 1,0,0,15 (75) وعرضه الأعلى (القاعدة) 0,45 ، أما المساحة الكلية 22,0,30 (1350) ومن العدد 22,0,30 الذي هو المساحة الكلية 8,0,6 (486) مساحة المثلث الأعلى ، أما مساحة المثلث المجاور 5,0,11,2,24 (311,04) ، ومساحة المثلث الثالث والأخير 3,0,19,3,56,9,36 (199) ، أما بالنسبة للمثلث الاسفل 5,0,53,35,39,50,24 (353).

السؤال المطلوب ما هو مقدار الطول الأعلى والطول المقطوع والطول الاسفل والعمود أو الاعمدة جميعها ؟

عند إجراء العملية الحسابية نقوم بأخذ معكوس الأعداد ثم نقوم بضربه ×45 ومعناها تقسيم 45 على 60.

أي: $60 = \frac{1}{60} \times 45 = \frac{45}{60}$

ولنبدأ بالطول والذي تكون قيمته 1,0 (60) ×60 = 0,45 ×2=1,30 أي ما يعادل ($1\frac{1}{2}$) ، ومن ثم نضرب 1,30 ×8,0,6 (486) والتي قلنا إنَّها مساحة المثلث الأعلى ستكون القيمة 12,0,9 (729) والجذر التربيعي لهذا العدد هو (27) وهو طول المثلث ، ولو قمنا بأخذ نصف هذا العدد فالنتيجة ستكون 13,30 ($13\frac{1}{2}$) ومعكوس هذا العدد13,30 ×8,0,6(486) والتي هي مساحة المثلث الأعلى ستكون النتيجة 36 وهو الارتفاع المقابل للقاعدة (45).

نطرح طول قاعدة المثلث الأعلى من طول قاعدة المثلث الأعلى 75− 27 (1,0,15)(75)=48 ومعكوسه هو 1,15 ($4\frac{1}{4}$) ×36=45 ×2=1,0,30 (90).

نضرب 1,0,30 × 5,0,11,2,24=7,0,46,33,36 (466,56) إذ ان الجذر التربيعي لهذه القيمة هو 21,36 ($21\frac{3}{5}$) وهي قيمة عرض القاعدة للمثلث الثاني.

21,36 ÷2=10,48 ($10\frac{4}{5}$) ومن ثم نأخذ معكوس العدد 10,48 ونضربه بمساحة قاعدة المثلث الثاني وهكذا[1].

ابتكر البابليّون نظاما لعلم حساب المثلثات أكثر تطورا من النظريات الهندسية المعاصرة ، في زمن يسبق تأسيس علماء اليونان لحساب المثلثات بأكثر من ألف عام ، وكشفت دراسة أعدها أساتذة في جامعة ويلز البريطانية أن الاكتشاف الجديد مرتبط بلوح من الطين يعود إلى 3700 ق.م ، تم اكتشاف اللوح، المعروف باسم بليمبتون 322، في أوائل القرن العشرين جنوبي العراق، ولكن الباحثون كانوا دائما في حيرة حول الهدف من صنع هذا القرص الطيني والغرض منه ، وغُطي وجهه العلوي بجدول أرقام ، وأطلق العلماء على لوح الطين هذا اسم "بليمبتون 322". وقال فريق البحث الذي عمل عليه إن البابليين توصلوا إلى أبعاد "نظرية فيثاغورس" للمثلثات قائمة الزاوية ، قبل إثبات الفيلسوف اليوناني للنظرية ، التي حملت اسمه لاحقا[2].

كما كشف الباحثون أيضا أن البابليين أسسوا شكلا مركبا جدا من حساب المثلثات ، وهو نظام حسابي يقوم على وصف زوايا المثلث ، الذي يشكل حجر زاوية لأجيال متعاقبة من طلبة المدارس ويعد ركنا أساسيا في العلم الحديث.

ويقول مانسفيلد وهو أحد الباحثين الذي شارك في حل المسألة ، إنهم اكتشفوا "جدولا حسابيا غير متعارف على طريقة تركيبه في العصر الحالي ، ويبدو

---

(1) باقر ، طه ، لوح رياضي على نظرية لاقليدس........ ، المصدر السابق ،ص9–11.

(2) J. George Gheverghese , Non-European………op.cit , PP.160-161.

أكثر تقدما من نظريات حساب المثلثات الحديثة وأضاف اكتشفنا هذه الخطوط التي تمثل قياسات سلسلة من المثلثات قائمة الزاوية ، تتراوح أشكالها بين المربع وحتى الخط المستقيم هذا يجعل من بليمبتون 322 أداة قوية ، من المحتمل أنها كانت تستخدم في مسح الحقول وإجراء الحسابات الهندسية لبناء القصور والمعابد والأهرامات المدرجة[1].

ويقول مانسفيلد ، "مقاربة البابليين الفريدة لعلمي الحساب والهندسة تعني أن هذا ليس فقط أول جدول حساب مثلثات في التاريخ ، ولكنه أيضا جدول حساب المثلثات الأكثر دقة إلى الآن[2]". وكان مانسفيلد يتحدث خصوصا عن الكسور العددية فعلى سبيل المثال إذا تم اعتماد النظام العشري (أساس العد إلى 10)، فسيتم الحصول على كسرين صحيحين فقط هما النصف (0.5) والخمس (0.2). أما إذا أريد استخراج الثلث مثلا من العدد 100، فسيكون الناتج هو 33 فضلا عن كسور عشرية غير صحيحة أخرى ، ولن يكون الناتج رقما صحيحا، وهو ما يؤثر حتما على دقة النتائج النهائية لأي معادلة رياضية ، لكن البابليين لجأوا إلى الحساب معتمدين على النظام الستيني (أساس العد إلى 60) ، بالضبط كما نفعل نحن الآن لحساب الوقت ويمكن استخراج عدة كسور صحيحة من القياس 60 بسهولة فثلث الساعة مثلا هو 20 دقيقة ، وربعها هو 15 دقيقة ، ونصفها 30 وهكذا ، وبهذا القياس تمكن البابليون من إجراء معادلات حسابية لا تتضمن نتائجها أي كسور عشرية غير تامة ، ومن ثم تجنبوا الوقوع في أي خطاء عند الحصول على حاصل ضرب هذه الأعداد في أي معادلة حسابية محتملة , ربما يضم هذا النص بعض

---

[1] O. Neugebauer & A.J.Sachs , Mathematical Cuneiform Texts…….., op.cit , AOS PP.38.40.

[2] Daniel F. Mansfield , N. J. Wildberger , Plimpton 322 is Babylonian exact sexagesimal trigonometry , HM , vol:44 , Sydney , 2017 , P.396

الدروس التي علينا أن نتعلمها في زمننا المعاصر اذ يضم الجدول أعدادا كتبت بالخط المسماري وباللغة السومرية في 4 أعمدة و15 صفا أفقيا[1].

إن اللوح الطيني يوضح أن النظام كان "أشبه بالرواية الحسابية" المعتمدة على النسب، أكثر من اعتمادها على المثلثات والدوائر، كما يحصل اليوم. وتعكس هذه الطريقة في العمل عبقرية واضع هذا النظام[2].

لكن هناك مشكلة واجهت الباحثين خلال دراستهم للّوح ، وهي أن جزءا منه من جهة حافته اليسرى مفقود وقدم فريق العمل أدلة حسابية تؤكد أن لوح بليمبتون 322 كان يضم في الأصل 6 أعمدة بدلا من 4 ، وأنه حوى 38 صفا أفقيا، بدلا من 15 صفا فقط ، لقد تمكن علماء من جامعة يو ساوث ويلز (أونسو) في أستراليا من العمل الجدي على هذا النص والذي يعود كما ذكرنا إلى العصر البابلي الحديث باعتباره أقدم وأحدث جدول في الحسابات المثلثية في العالم ، مما يشير إلى أن البابليين سبقوا الإغريق القدماء في اختراع علم المثلثات لأكثر من 1000 سنة[3].

---

[1] Daniel F. Mansfield , N. J. Wildberger , Plimpton 322 …..op.cit , HM , PP.397-400

[2] O. Neugebauer & A.J.Sachs , Mathematical Cuneiform Texts…….., op.cit , AOS P.38.

[3] E. Robson , Neither Sherlock Holmes nor Babylon……..op.cit , PP.170-173.



الفصل الثالث

مسائل رياضية في ضوء نصوص مسمارية غير منشورة

- قراءة وترجمة وتحليل النصوص المسمارية الرياضية.

الفصل الثالث

مسائل رياضية في ضوء نصوص مسمارية غير منشورة

- قراءة وترجمة وتحليل النصوص المسمارية.

1.المجموعة الأولى: نصوص العمليات الحسابية

No (1)

IM.160505

Obv.

1.	[7.12 A.RÁ]	[1]	[7.10.2]
	[A.RÁ]	[2]	[10.4].20.4
	[A.RÁ]	[3]	[20. 1].30.6
	A.RÁ	4	20. 8.40.8
5.	A.RÁ	5	30.[6]
	A.RÁ	6	40.3.10[.2]
	A.RÁ	7	50. 10[.4]
	A.RÁ	8	5. 7.30[.6]
	A.RÁ	9	1.4.[40.8]
10.	A.RÁ	10	1.10.2
	A.RÁ	11	1.10.9.10.2
	A.RÁ	12	1.20.6.20.4
	A.RÁ	13	1.30.3.[30.6]
	A.RÁ	14	1.40.[40.8]
15.	A.RÁ	15	1.[40.8]
	[A.RÁ]	16	1.50.[5.10.2]

Rev.

[A.RÁ]	[17]	[2.2.20.4]
[A.RÁ]	[18]	2.[9.30.6]
A.RÁ	[19]	2.10.6.[40.8]

20.	A.RÁ	20	2.20.4
	A.RÁ	30	3.30.6
	A.RÁ	40	4.40.8
	A.RÁ	50	6
	nu-úr . [d] IM- [x-x-x]		
25.	IM. GÍD.DA [x-x]		

الترجمة الحرفية للنص:

الوجه:

1. 432=1×432
2. 864=2×432
3. 1296=3×432
4. 1728=4×432
5. 2160=5×432
6. 2592=6×432
7. 3024=7×432
8. 3456=8×432
9. 3888=9×432
10. 4320=10×432
11. 4752=11×432
12. 5184=12×432
13. 5616=13×432
14. 6048=14×432
15. 6480=15×432

16. 6912=16×432

القفا:

17. 7344=17×432
18. 7776=18×432
19. 8208=19×432
20. 8640=20×432
21. 12960=30×432
22. 17280=40×432
23. 21600=50×432
24. نور – ادد [---]
25. لوح رياضي [—]

المعنى العام للنص :

نص رياضي يمثل جدول ضرب العدد 7.12 (432) ومعناها 7×(60)=420+12 = 432 وتبدأ عملية الضرب ابتداءا من الرقم 1 إذ يضرب الـ 432 × 1 وإلى الرقم 20 ومن ثم يضرب الأعداد فما فوق 30 ، 40 ، 50 على التوالي وقد شاع استخدام مثل هذه الجداول في العصر البابلي القديم.

الملاحظات

A.RÁ : مصطلح سومري يعني عملية الضرب في جداول الضرب الحسابية ويقابله بالأكدية arû وهنالك العديد من المصطلحات في اللغة الأكدية والتي تعني عملية الضرب :

ينظر الملاحق قائمة رقم (9) ص161−165.

إلاَّ أن هذا المصطلح هو الشائع في تدوين جداول الضرب بوصفها مصطلح رياضي للمزيد ينظر ..

O. Neugebauer , & A.J. Sachs , A., Mathematicl Cuneiform Text New Haven , 1945 , PP.33-35 ; DSL , vol:1 , P.21:a ; CDA ,P.25:a

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........ المصدر السابق ، ص59.

IM [d]. nu-úr : اسم علم مذكر بابلي بمعنى نور الاله ادد ، ينظر :

OBPC , P.116.

IM. GÍD. [DA x-x] : مصطلح سومري يقابله بالأكدية imgiddû ويعني نص أو لوح رياضي للمزيد ينظر:

CAD , I/J , P.115.

وغالبا ما ترد هذه العبارة في النصوص الحسابية المتعلقة بالجداول المتنوعة كجداول الضرب ومعكوس الأعداد وجداول الجذور التربيعية والتكعيبية وغيرها للدلالة على أنَّ ما يتحدث به النص من جانب رياضي للمقارنة ينظر:

ARCBMT , PP.69-77.

No (2)

IM.160774

Obv.

1.	[xx]	2.1
	[xx]	
	11.40	2.16.[6.40]
	11.40	
	12	2.24
	12	
	12.30	2.36.15
	12.30	
5.	[xx]	2.[49]
	[xx]	

الترجمة الحرفية للنص:

		الناتج بالنظام الستيني	الناتج بالنظام العشري
.1	[11] [11]	2.1	435600
.2	11. 40 11. 40	2.16.6.40	490000
.3	12 12	2.24	518400
.4	12.30 12.30	2.36.10.5	562500
.5	[13] [13]	2.49	608400

المعنى العام للنص:

يمثل هذا النص مربع العدد ويمكن أن نطلق على مثل هذه الجداول بجداول الضرب في العدد نفسه (ضرب تربيع ×2) وتقوم عمليته بالضرب الاعتيادي للأعداد من 11×11 وانتهاءً بالأعداد 13×13 تم وضع هذا الجدول للاستفادة من النتائج الجاهزة عند اجراء أي عملية حسابية وقت ذاك وتحديدا في العصر البابلي القديم والعصور اللاحقة ، للمزيد والمقارنة ينظر :

ARCBMT , PP.19-.21

الملاحظات

السطر الأول:

تم الاستدلال على القيمة المضروبة في السطر الأول من خلال الاختبار للأسطر الواضحة فضلا عن تطبيقها من خلال النتيجة المعطاة كذلك لابد من الإشارة إلى أنَّ الكاتب قام بأخذ القيم العددية بشكل متسلسل أي بدأ بالرقم (11-11.40-12-12.30-13) وينطبق الشيء نفسه على السطر الأخير الذي امكن التعرف عليه أيضا من خلال الناتج المعطى أولا وبالمقارنة مع باقي الأسطر ، وذلك بسبب الكسر الذي قد انتاب النص.

حاصل ضرب الـ11×(60) على اعتبار أنَّ النظام ستيني ومجموعهما 11×(60)= 660 ، ومن ثم نضرب الناتج في نفسه أي: 660×660 = 435600 إلاَّ أنَّ الناتج المعطى بالنص هو 2.1 وهذا يعني أنَّ القيمة العددية لكل واحد من المرتبة الأولى وهي 2 تساوي من مضاعفات العدد 60 الرباعي وهي 216000+216000 =432000 ، أما المرتبة الثانية وهي الـ1 فهي أقل منها رتبة إذ تحمل العدد 3600 +432000 =435600 وهي النتيجة الأولى .

السطر الثاني:

حاصل ضرب 11.40 × 11.40 ×60 =490000 ، كيف أصبحت هذه القيمة وهو أنَّ نضرب الـ 11×(60)+40= 660+40=700 ، ونضرب القيمة بنفسها أي: 700×700=490000 إذ أنَّ الناتج المعطى في النص 2.16.6.40 وتترتب العملية الحسابية كذلك ابتداءً من أعلى قيمة وهي 216000 ومن ثم 3600 و60 بالنسبة للعمود الواحد ، أما الزاوية والتي تشير إلى المرتبة العددية 10 فهي الأخرى تبدأ من القيمة الأكبر ابتداءً من 36000 ، 600 ، 10 . فمن خلال جمع المراتب سوف تعطي لنا القيمة العددية 490000 وهو المطلوب.

السطر الثالث:

12×12×60=518400 أي 12× (60) = 720 × 720 =518400

والناتج هو 2.24 وكذلك يتم حساب القيم بنفس الطريقة.

السطر الرابع:

12.30×12.30×60= 562500 أي :
12(60)+30=720+30=750×750=562500 ، والناتج هو 2.36.10.5 وكذلك يتم حساب القيم بنفس الطريقة.

السطر الخامس:

13×13×60=608400 أي: 13×(60)=780 ×780= 608400 وكـــذلك يـــتم حساب القيم بنفس الطريقة.

No (3)

IM.160094

Obv.

1. 3 1˚6 4˚5 1˚4 3 4˚5 1˚6
1˚6 1˚2 1˚3

المعنى العام للنص:

نص يمثل تمارين حسابية لعملية الجمع في الرياضيات وقد أشتهر مثل هذا النوع من العمليات في العصر البابلي القديم للمزيد والمقارنة ينظر:

ARCBMT , PP.14-16

الملاحظات

نفترض قاعد للحل:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

3 16 45 14

3(60)+16=180+16=196

196(60)+45=11760+45=11805

11805(60)+14=708300+14=708314

16 12 13

16(60)+12=960+12=972

972(60)+13=58320+13=58333

=766,647 (3 45 16)

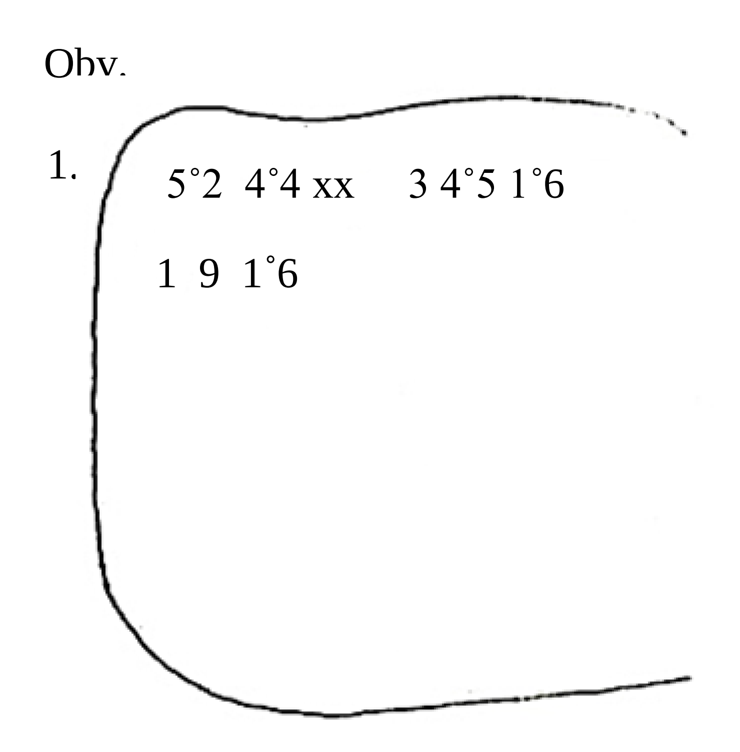
```
3    16    45    14
     16    12    13   +
________________________
3   45   16
```

أو حل بطريقة اخرى :

```
3  16  45  14  .16  12  13  =  3  42
                              +  3  16
                              ---------
                               3  45  16
```

No (4)

IM.160092



المعنى العام للنص:

نص يمثل تمارين حسابية لعملية الجمع في الرياضيات من العصر البابلي القديم للمزيد وللمقارنة ينظر:

ARCBMT , PP.14-16.

الملاحظات

اما ان نفترض قاعدة بيانية او تحل بالطريقة التالية:

52 44 16!. 19 16 = 3 40
+ 5 16
3 45 16

2. المجموعة الثانية : النصوص الخاصة بالمساحة

No (5)

IM.160707

Obv.

1.	[20] (bùr)	$aša_5$	[1]
	[30] (bùr)	$aša_5$	[1.5]
	40 (bùr)	$aša_5$	[2]
	50 (bùr)	$aša_5$	[2.5]
5.	1šár	$aša_5$	[30]
	1šár10 (bùr)	$aša_5$	[30.5]
	1šár20 (bùr)	$aša_5$	[40]
	1šár30 (bùr)	$aša_5$	40.5
	1šár40 (bùr)	$aša_5$	50
10.	1šár50 (bùr)	$aša_5$	50.5
	2šár	$aša_5$	1
	3šár	$aša_5$	1.30
Rev.	4šár	$aša_5$	2
	5šár	$aša_5$	2.30
15.	6šár	$aša_5$	3
	7šár	$aša_5$	3.[30]

الترجمة الحرفية للنص:

الوجه:

			النظام الستيني	النظام العشري
.1	20 بور$_3$	مساحة (حقل)	10	600
.2	30 بور$_3$	مساحة (حقل)	10.5	900
.3	40 بور$_3$	مساحة (حقل)	20	1200
.4	50 بور$_3$	مساحة (حقل)	20.5	1500
.5	1 شار$_2$	مساحة (حقل)	30	1800
.6	1 شار$_2$ 10 بور$_3$	مساحة (حقل)	30.5	2100
.7	1 شار$_2$ 20 بور$_3$	مساحة (حقل)	40	2400
.8	1 شار$_2$ 30 بور$_3$	مساحة (حقل)	40.5	2700
.9	1 شار$_2$ 40 بور$_3$	مساحة (حقل)	50	3000
.10	1 شار$_2$ 50 بور$_3$	مساحة (حقل)	50.5	3300
.11	2 شار$_2$	مساحة (حقل)	1	3600
.12	3 شار$_2$	مساحة (حقل)	1.30	5400

القفا:

.13	4 شار$_2$	مساحة (حقل)	2	7200
.14	5 شار$_2$	مساحة (حقل)	2.30	9000
.15	6 شار$_2$	مساحة (حقل)	3	10800
.16	7 شار$_2$	مساحة (حقل)	3.30	12600

المعنى العام للنص

النص يمثل العملية الحسابية التضعيف / أضعاف مساحة $aša_5$ (حقل –ارض) معينة وقد كرر أضعاف وحدات المنطقة خلال اوقات معينة ووقت الحاجة وقد تم أضعافها ابتداءً من 20 bùr انتهاءا إلى 7šár ، والنص يعود إلى العصر السومري الحديث (اور الثالثة) إستنادا إلى تدوين شكل العلامات والارقام.

للمزيد وللمقارنة ينظر :

ARCBMT , PP.117-391

الملاحظات

bùr : مفردة سومرية تقابلها بالأكدية buru وتستخدم لقياس المساحات وتعادل (18 ايكو=64,800 م^2 / 6,48 هكتار) ، ينظر :

MDA , P.189:114

$aša_5$: مفردة سومرية تعني حقل يقابلها بالاكدية eqlu . ينظر :

DSL , P.25.

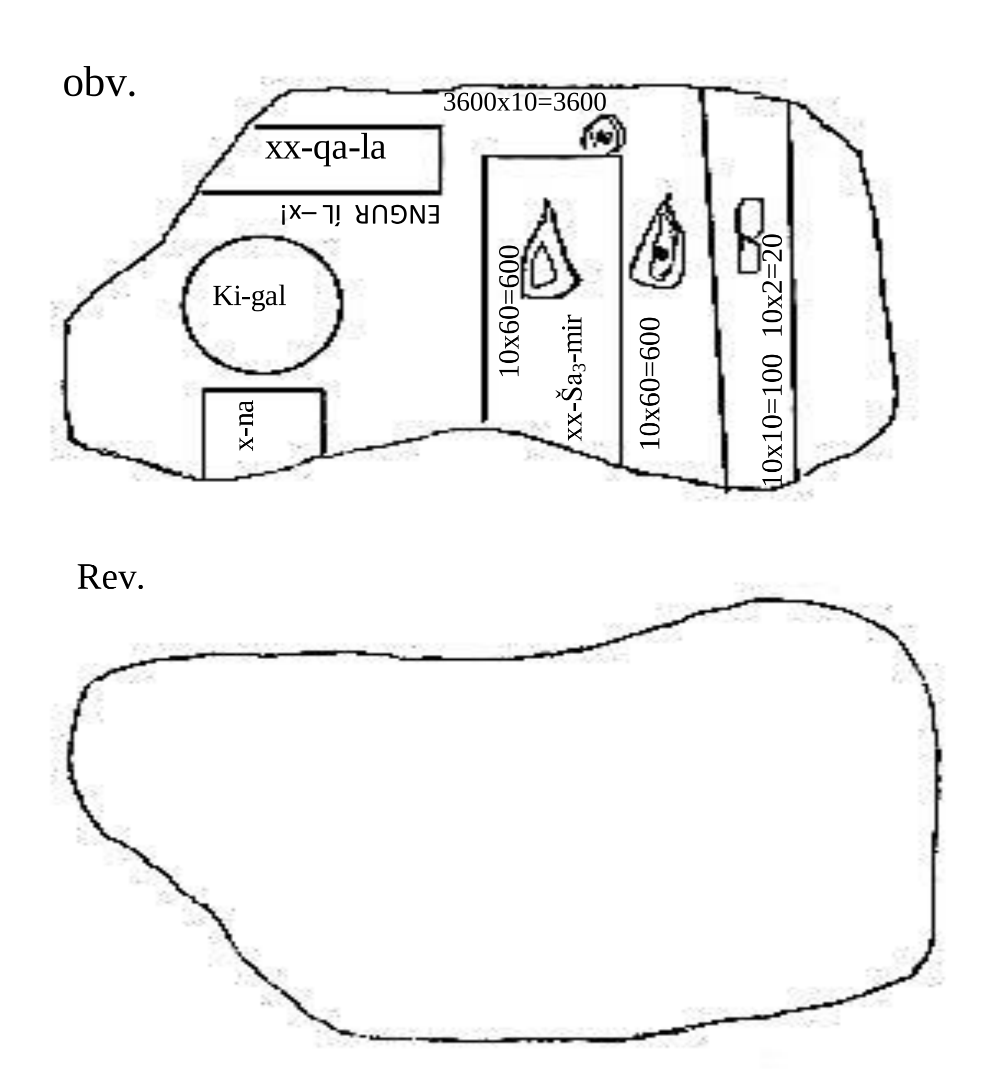
Šár : مفردة سومرية تقابلها بالأكدية šᾱru وتستخدم لقياس المساحات اذ تعادل 3600 ينظر :

MDA , P.181:396.

No (6)

IM.226243

obv.



Rev.

المعنى العام للنص :

نص هندسي بأشكال ومساحات مختلفة (دائرة – مستطيل – مربع) مفقود عدد من اجزاء النص يعود إلى العصر السومري الحديث (اور الثالثة) إستنادا إلى تدوين شكل العلامات والارقام.

الملاحظات

KI-GAL: مفردة سومرية تعني عمق يقابلها بالأكدية berutu وتقرا أيضا $ki\text{-}la_2$ كمصطلح هندسي بمعنى ثقب أو عمق. للمزيد ينظر:

MDA , P.207:461 ; CDA , P.43:b ; CAD , B , P.213:a.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية.........، المصدر السابق ، ص540.

ENGUR : مفردة سومرية تعني محيط يقابلها بالاكدية apsû .

MDA , P.215:484 ; CDA , P.21:a ; CAD , AII , P.195:b.

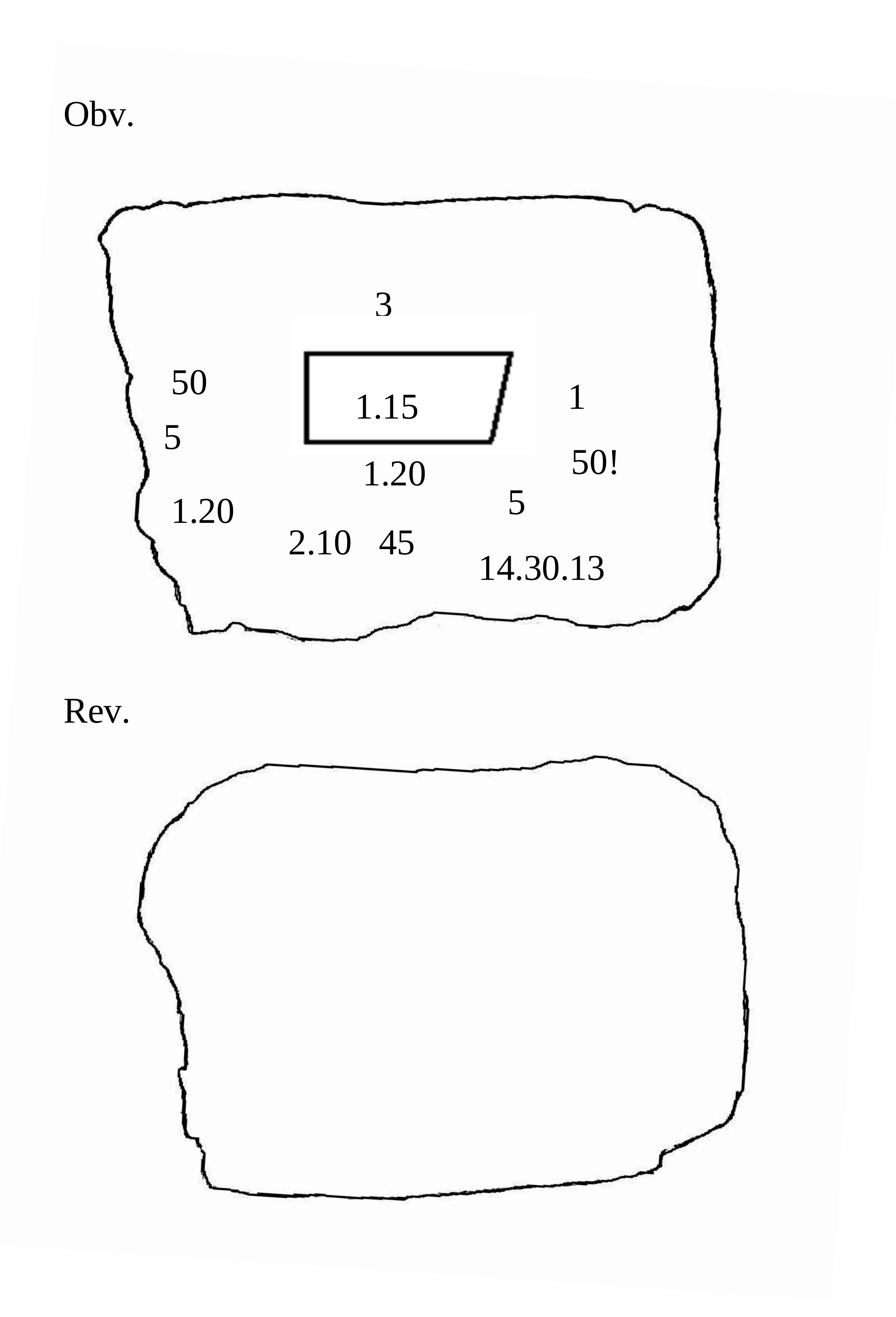
الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة ....، المصدر السابق ، ص270.

Il_2 : مفردة سومرية تعني مضروب به ليصبح المعنى مضروب بالعمق يقابلها بالاكدية našu .

3. المجموعة الثالثة : النصوص الهندسية

No (7)

IM.160657

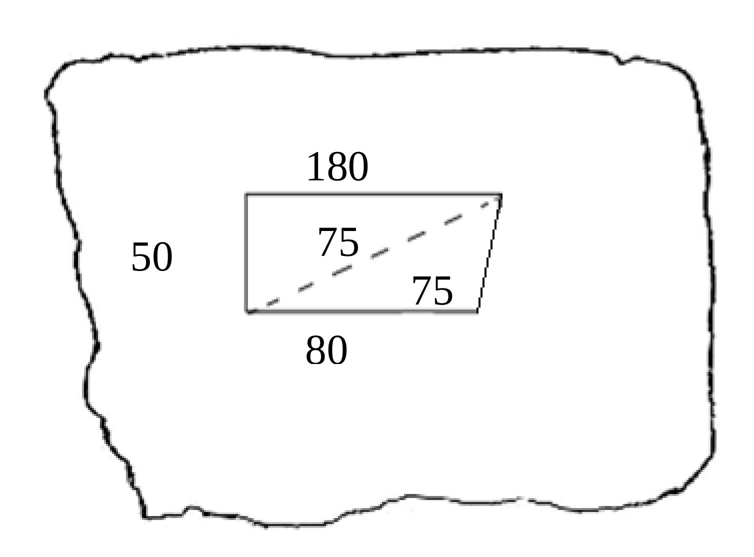


المعنى العام للنص:

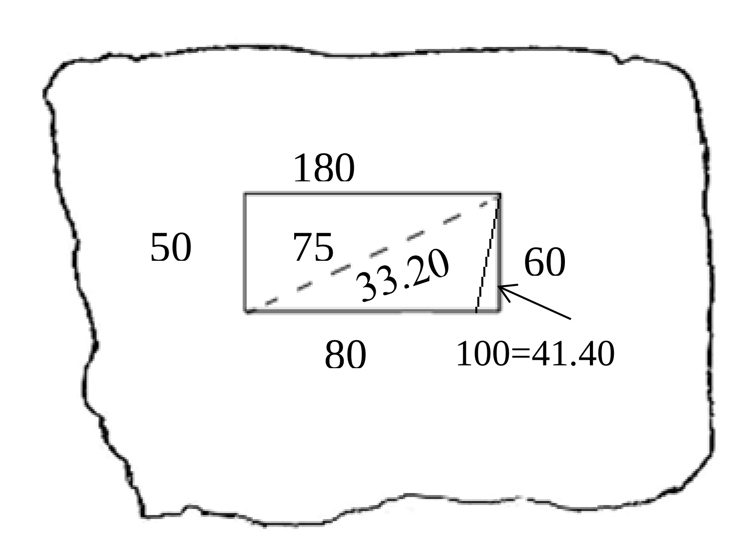
نص يمثل استخراج مساحة شكل غير منتظم.

الملاحظات

نفرض خط وهمي نقسم الشكل الغير منتظم إلى مثلثين غير متساويين.



ومن ثم ونكمل الشكل ليكتمل لدينا شكل لمثلثين متساويين...



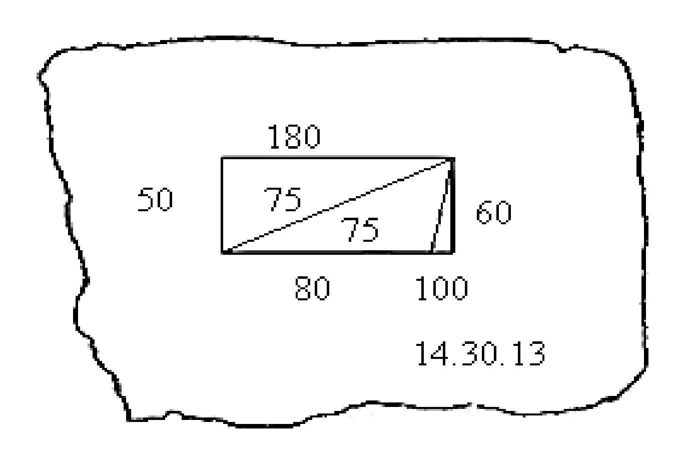
مساحة المثلث= $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

75=60÷4500=180×25

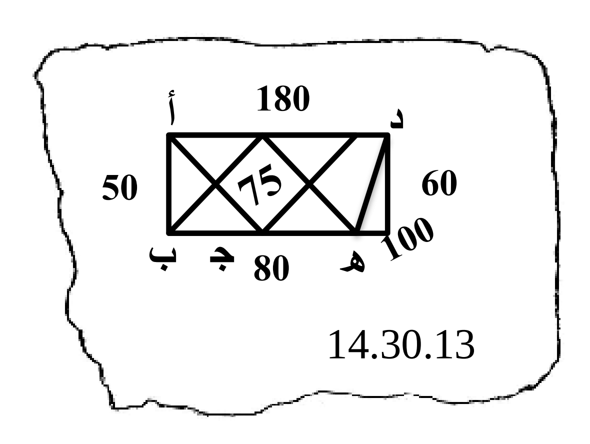
ينظر : عبد ، باسمة جليل ؛ الذهب ، أميرة عيدان ، نصوص مسمارية غير منشورة في المتحف العراقي السلسلة الاكدية ، ج1 ، بغداد ، 2015 ، ص12.

نكمل الشكل الغير منتظم إلى شكل منتظم بإضافة 100 حتى يصبح طول الضلع الاسفل يساوي طول الضلع الاعلى

طول الضلع الاسفل = طول الضلع الاعلى



2.30=60÷150=2×75



41.40=6÷2500=50×50

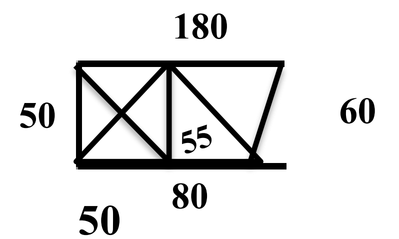
أ+ ب + د = 4

جـ = 80

أ × جـ × هـ = 5

أ + جـ ÷2 =130

د + جـ ÷ 2 = 45



(أ + جـ ÷2) × (أ × جـ × هـ)

(10,49,59) 650 = 5 × 130

(د + جـ ÷ 2) × (أ × جـ × هـ)

(3,45) 225=5×45

3 34

10,49,59

3,45 +

14 , 30 , 10 .3 (875)

No (8)

IM.160740

Obv.

1. [2]2.20 22!?

1

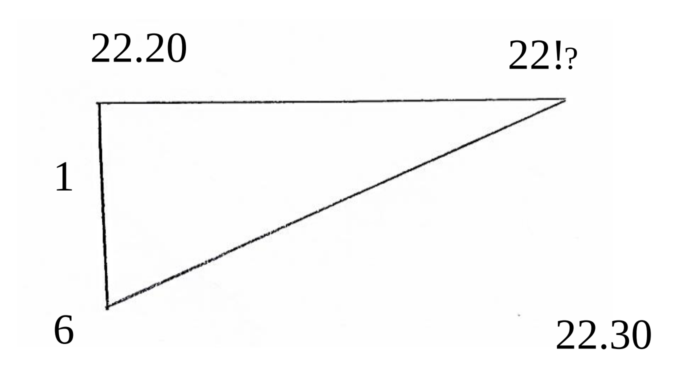
6 22.30

Rev.

Empty

المعنى العام للنص:

ايجاد مساحة شكل مماثل لمثلث منتظم الشكل.



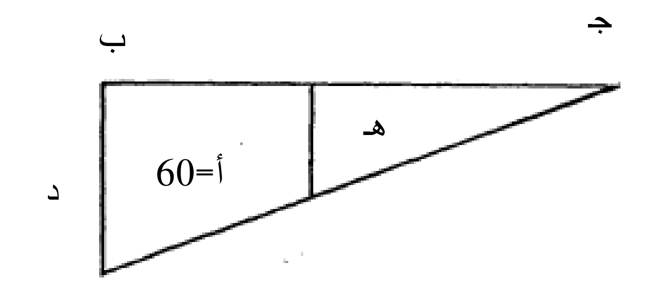
طول (عرض) المثلث 22.20

منقسم إلى جزئيين

ب=22.20

جـ = 22؟!

مساحة المنطقة الوسطى =1(60)



المطلوب ايجاد طول الضلعين (د–هـ)

$\frac{1}{2}$ (هـ+ د) و الضلع الثاني $\frac{1}{2}$ (هـ– د)

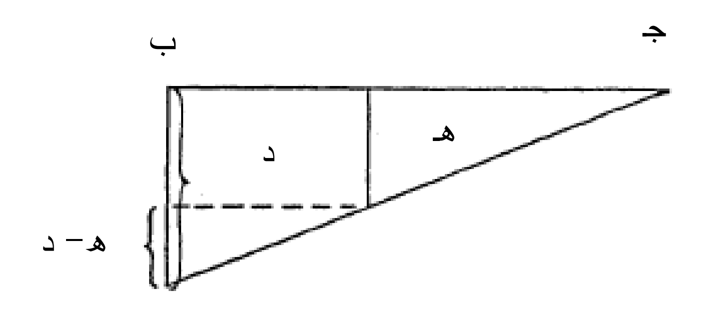
أ = $\frac{1}{2}$ (د + هـ)

60 = $\frac{1}{2}$ (د + هـ)

وحسب المعطيات

$\frac{أ}{ب}$ = $\frac{60}{22.20}$ = 60. 0,3 = 16= $\frac{1}{2}$ (د + هـ)

الخطة التالية تتطلب وصف للشكل الأتي من خلال اضافة خط نقطي وهمي لنكون مثلث مماثل بشكل أصغر لايجاد طول الضلعين (د – هـ).



$$\frac{د}{ب+جـ} = \frac{هـ}{جـ} = \frac{د-هـ}{ب}$$

آو

$$د= \frac{ب+جـ}{ب}(د-هـ) \qquad هـ= \frac{جـ}{ب}(د-هـ)$$

$$د + هـ = \frac{2(جـ)+1}{ب}(د-هـ)$$

وبناءا على القاعدة

$$\frac{1}{2}(د-هـ) = \frac{ب(د+هـ)}{2(ب+2جـ)}$$

$$\frac{1}{2}(د- هـ) = \frac{1}{ب+2جـ}$$

$$2جـ = 2 \times 22.20!؟ = 2.20$$

$$2جـ+ ب = 2.20 + 22.20 = 24.40$$

$$\frac{1}{ب+2جـ} = 1.20$$

اذا :

$$\frac{أ}{ب+2جـ} = 1.20 \;.\; 6 = 3= \frac{1}{.2}(د-هـ)$$

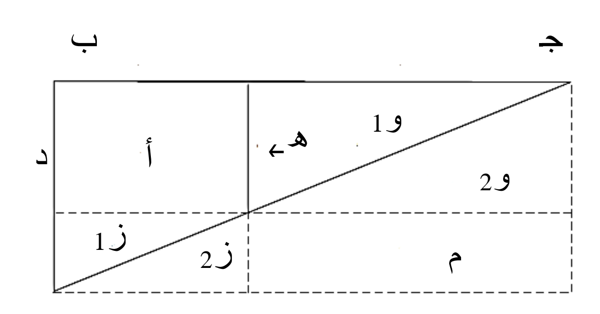
المعادلة النهائية لحل المشكلة

$\frac{1}{.2}(د+هـ) + \frac{1}{.2}(د-هـ) = 12.20 + 3 = 15.20$ وهي قيمة د

$\frac{1}{.2}(د+هـ) - \frac{1}{.2}(د-هـ) = 12.20- 3 = 9.20$ وهي قيمة هـ

وهو المطلوب لايجاد طول الضلعين الغير منتظمين

الان نكمل الشكل باضافة شكل مثلث نقطي مماثل له مقلوب



$و_1$ + أ + $ز_1$ = $و_2$ + م + $ز_2$ مثلثين متماثلين

اذا أ = م المساحة

د . جـ = 2 $و_{1\,2}$ + م طول الاضلاع

(جـ − ب) هـ = 2 $و_1$ − أ

د/2 جـ + (جـ − ب)/2 .هـ = 2 $و_1$

ومن المعادلة د/2 جـ + (جـ − ب)/2 .هـ = 2 $و_1$ بين الطول الاعلى والطول الادنى يمكن الحصول على معادلة بسيطة هي:

جـ هـ = 2$و_1$ ، د/2 جـ + (جـ − ب)/2 .هـ = 2 $و_1$

أنَّ النظام المتبع في حل المعادلة الخطية هو نفس النظام المتبع في حل المعادلة ب− د=2و هـ(ب+جـ) د = 2 و

هـ = $و_1$ / (ب− جـ) /2

$و_1$/ (ب− جـ) /2− د/2

جـ= 2 $و_1$ /هـ

مع القيم المعطاة والمستنتجة :

ب=22.20 ، جـ= 22.20؟! ، د=15.20 ، هـ= 9.20

$و_1$ / (ب– جـ) /2= 22.20 . 22.20 /2 = 1(60) قيمة $و_1$

$و_2$ = هـ/ (ب- جـ)/2 = 9.20 (22×60=1320) = (2.12)

= 9.20 /2.12 /2=1 (60) قيمة $و_2$

$ز_1$= 6 حسب القيمة المعطاة

$ز_2$= د / ($و_1$–هـ)/6

$ز_2$= 1. 9.20 /15.20 =552/15.20 =36=6 = $ز_2$

$و_1$ = $ز_1$ ، $و_2$ = $ز_2$

$و_1$ + أ (د.)+ $ز_1$ = $و_2$ + م + $ز_2$ =22.30

1+15.20+6 = 22.30

1+15.30+6 = 22.30

للمزيد والمقارنة ينظر :

O. Neugebauer & A.J. Sachs , Mathematical Cuneiform Texts
AOS ………op.cit , PP.48-49 ,
ARCBMT , P.272.

No (9)

IM.160867

Obv.

1. zal du_3 kak- te

10 1/2

aŝ 3. 39

50 si a-ni

5. 4 1/2 AN 60 [ZU?!]

الترجمة الحرفية للنص :

1. نهاية عمل ، مثلث (قائم الزاوية)
2. 10 ونص (مساحته)
3. أي ما يعادل 3.39 قدم
4. 50 أصبع منه
5. 4 ونصف

المعنى العام للنص :

يصنف هذا النص ضمن النصوص الرياضية التعليمية (المدرسي) الخاصة بالجانب الهندسي وذلك استنادا على شكل النص الدائري فضلا عن وجود عدة اخطاء اسهى عنها التلميذ وبالتالي قام بمسحها واعادة الكتابة من جديد.

الملاحظات

zal : مفردة سومرية تعني انتهاء / انجاز يقابلها بالاكدية naḫarmumu للمزيد ينظر:

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية.....، المصدر السابق ، ص1129.

CDA , P.231

du_3 kak- te : مفردة وتعني عمل

kak : وهي مثلث

الـ te فهي نهاية صوتية.

aŝ : مفردة سومرية تعني قدم يقابلها بالاكدية ŝepu .

MDA , P,43:1

Si : مفردة سومرية تعني اصبع تقابلها بالاكدية ubanu .

MDA , P.91:112 ; CDA, P.417.

a.ni: ضمير تملك للشخص الثالث العاقل ، ليصبح المعنى اصابعه.

عبد اللطيف ، سجى مؤيد ، قواعد اللغة السومرية في ضوء نصوص سلالة لكش الاولى ، اطروحة دكتوراه غير منشورة ، قسم الاثار، كلية الاداب ، جامعة بغداد ، 2004 ، ص95-100.

No (10)

IM.85069

Obv.

1. 40.8.   40! ba-gal!?
   [2. 39!.4]

Rev.

3.[28!. 20!]

الترجمة الحرفية للنص

الوجه:

1. 48   40   با- كال
2. 2 . 39 . 4

القفا:

3. 3   28! . 20

المعنى العام للنص :

نص رياضي تعليمي قرصي غير منتظم الشكل مكسور من عدة اماكن منه وقد تم تجميعها ولصقها مع بعض ، عليه كتابات مسمارية على الوجه والقفا تشير إلى قيم أعداد وهي محاولات التلميذ الأولى لكتابتها، كما ويشير النص إلى ان الطالب عند كتابته لهذا النص لم يكن مضطرا للكتابة على مثل هكذا رقيم (كتلة من الطين) غير منتظم الشكل .

4. المجموعة الرابعة : نصوص لمفاهيم رياضية متنوعة

No (11)

IM.85072

Obv.

1.	[-----------]				
	[58 GÍN BI]	[1	Še	Ku_3.babbar]	[7]
	[36MA.NATUR 55¼ GÍN BI]	[2	Še	Ku_3.babbar]	[8]
	[¼MA.NA 52½ GÍN BI]	[3	Še	Ku_3.babbar]	[9]
5.	[¾MA.NA 49½ GÍN BI]	[4	Še	Ku_3.babbar]	[10]
	[1⅔MA.NA 46¼ GÍN BI]	[5	Še	Ku_3.babbar]	[20]
	[3 MA.NA 36¾ GÍN BI]	[6	Še	Ku_3.babbar]	[30]
	[4¼MA.NA 33½ GÍN BI]	[7	Še	Ku_3.babbar]	[40]
	[5½ MA.NA 30¼ GÍN BI]	[8	Še	Ku_3.babbar]	[50]
10.	[6¾ MA.NA 27 GÍN BI]	[9	Še	Ku_3.babbar]	[1]
	[14 MA.NA 23¾ GÍN B]I	10	Še	Ku_3.babbar	2
	[21¼ MA.NA 20½ GÍN B]I	11	Še	Ku_3.babbar	3
	[28½ MA.NA 17¼ GÍN B]I	12	Še	Ku_3.babbar	4
	[1GU_2 5¾ MA.NA 14 GÍN B]I	13	Še	Ku_3.babbar	5
15.	[1GU_2 13MA.NA 10¾ GÍN B]I	14	Še	Ku_3.babbar	6]

الترجمة الحرفية للنص

ت		النظام الستيني	النظام العشري
1.	------------		
2.	(مجموع) 58 شيقل و(1) حبة (من) الفضة بـِ	7	420
3.	(مجموع) 36 منًّا صغير و55 وربع شيقل و(2) حبة (من) الفضة بـِ	8	480
4.	(مجموع) ربع منًّا و52 ونصف شيقل و(3) حبة (من) الفضة بـِ	9	540
5.	(مجموع) ثلاثة ارباع منًّا و49 ونصف شيقل و(4) حبات (من) الفضة بـِ	10	600
6.	(مجموع) 1 وثلثان منًّا و46 وربع شيقل و(5) حبات من الفضة بـِ	20	1200
7.	(مجموع) 3 منًّا و36 وثلاثة ارباع شيقل و(6) حبات من الفضة بـِ	30	1800
8.	(مجموع) 4 وربع منًّا و33 ونصف شيقل و(7) حبات من الفضة بـِ	40	2400
9.	(مجموع) 5 ونصف منًّا و30وربع شيقل و(8) حبات من الفضة بـِ	50	3000
10	(مجموع) 6 وثلاثة ارباع منًّا و27 شيقل و(9) حبات من الفضة بـِ	1	3600
11	(مجموع) 14 منًّا و23وثلاثة ارباع شيقل و(10) حبات من الفضة	2	7200
12	(مجموع) 21 وربع منًّا و20 ونصف شيقل و(11) حبة من الفضة	3	10800
13	(مجموع) 28 ونصف منًّا و17 وربع شيقل و(12) حبة من الفضة	4	14400
14	(مجموع) 1 طالنت و5 وثلاثة ارباع منًّا و14 شيقل و(13) حبة من الفضة	5	18000

15 (مجموع) 1 طالنت و13 منًّا و10 وثلاثة ارباع شيقل و(14) حبة 6 21600 من الفضة بـِ

المعنى العام للنص :

النص يمثل قيم قياس الأوزان وحسابات مدخولات الفضة وهي مدونة بالنظام الستيني لأوزان الطالنت والمنًّا والشيقل والحبة على التوالي لمادة الفضة ، وقد تم حساب هذه القيم ابتداءً من أصغر قيمة انتهاءً بوحدة الطالنت ، وقد نظم رياضي بلاد الرافدين مثل هكذا جداول في عصور مختلفة كشفت عنها المواقع الاثرية منها رتبت أوزانها بالنظام الستيني وأخرى بالنظام العشري فضلا عن وجود جداول نظمت بكلا النظامين معا ، وقد تم اكمال النقص الموجود في الكسر الذي قد انتاب النص بمقارنته مع نصوص اخرى مشابهة منشورة للمزيد وللمقارنة ينظر :

E. Robson, Mathematics in Ancient Iraq ….…….op.cit , P.78.

E. Robson , Metrological weight place value correspondences , OECT , 15 , oxford , 2004 , PP.22-24.

الملاحظات

GU_2 : وحدة وزن سومرية تقابلها بالأكدية biltu اذ تعادل 30 كغم وفق الموازين الحالية للمزيد ينظر :

DSL.P.128 ; CAD,B,P.229

MA.NA :وحدة وزن سومرية تقابلها بالأكدية manu وتساوي 60 شيقل أي ما يعادل 500غم وفق الموازين الحالية ، للمزيد ينظر :

MDA,P.157:342 ; CDA,P.195

GÍN: وحدة وزن سومرية تقابلها بالأكدية šiqal وتعادل 8 غم وفق الموازين الحالية ، ينظر :

DSL:P.118 ; CDA,P.376

Še : مفردة سومرية تعني حبة وتقابلها باللغة الاكدية Še'u وقد جاءت هنا كوحدة وزن وتعادل 0.045 وفق الموازين الحالية ، ينظر :

DSL:P.330 ; CDA,P.396

Ku_3.babbar : مفردة سومرية تعني فضة تقابلها بالاكدية kaspu ينظر :

MDA , P.175:381

BI : ضمير للشخص الثالث لغير العاقل يعني منه ، للمزيد ينظر :

عبد اللطيف ، سجى مؤيد ، قواعد اللغة السومرية ..... المصدر السابق ، ص 100.

No (12)

IM.160000

Obv

1. [NA_4] AN-ZA- GU[L-ME?!]

NA_4] SA- <A> -BU

NA_4] Kišib I[M.BABBAR$_2$]

[NA_4] Kišib SA-IM[.BABBAR]

5. [NA_4] U.SAG.dὺ-[ra!?]

NA_4] Šim-bi-zi-[da]

NA_4] <ga>-b[i-i]?!

NA_4 ze$_2$

NA_4 ZI

10. NA_4 A<LAL>

NA_4 AG DAR.A

NA_4 Algameš

NA_4 Lagab algameš

NA_4 Kišib algameš

15. [NA_4] ESI

Rev. [NA_4] DAG <GAZ>

NA_4 ESI

NA_4 ESI

NA_4 [AN?!]-ESI

20. NA_4 [GIŠ - ESI]

NA_4 A-A[-AR-TUM!]

	[NA_4]	IM-[MA-AN-NA!]
	[NA_4]	na-[x-x-x]
	[NA_4]	ab-[aŝ-mu!]
25.	[NA_4]	ti-[ik]
	[NA_4]	[be-x-x-x]
	[NA_4]	[x-x-x-x]
	[NA_4]	[x-x-x-x]
	[NA_4]	[x-x-x-x]
30.	[NA_4]	[x-x-x-x]
	[NA_4]	[x-x-x-x]

الترجمة الحرفية للنص:

1. حجر ان – زا – كول – مي.
2. حجر ال سا بو.
3. ختم اسطواني منتظم مصنوع من الجص.
4. ختم ال سا بو مثلث شكل .
5. حجر.
6. حجر شيم – بي– زي–دا
7. حجر بي أو كا–بي
8. حجر زي
9. حجر زِي
10. حجر آ لاال

11. حجر
12. حجر مختلف الاشكال
13. نوع من الحجارة يمتاز بصلابته وتكون ذات اشكال مختلفة
14. ختم مصنوع من حجارة صلدة
15. حجر إيسي (الديورايت)

القفا:

16. حجر كبير
17. حجر إيسي (الديورايت)
18. حجر إيسي (الديورايت)
19. حجر
20. مكسور
21. حجر أ- أ –أر–توم (المرجان الابيض)
22. حجر إم–ما–أنَّا (حجر رملي)
23. مكسور
24. حجر أب –أشمو الحجر الكريم الاخضر
25. حجر تي- إك
26. مكسور
27. مكسور
28. مكسور
29. مكسور
30. مكسور
31. مكسور

المعنى العام للنص:

نص يمثل تعداد لأنواع متعددة من الأحجار إذ يذكر عدد من القطع بأشكال وأحجام هندسية مختلفة ، أنَّ العلامة الأولى في النص المسماري والمكررة من بداية السطر الأول إلى نهاية النص هي علامة الـ NA_4 وهي علامة دالة تسبق أسماء الاحجار وأشكالها والمادة المصنوعة منها.

تم اضافة هذا النص وتصنيفه ضمن النصوص الرياضية الخاصة بالاحجام والاشكال استنادا لدراسة عدد من الباحثين

للمزيد والمقارنة ينظر :

B. , Landsberger , R. , Erica , M. Civil The series ›AR-ra ‹ubullu. Tablets XVI, XVII, XIX, and Related Texts , MSL:10 , Rome , 1970 , P.208-210.
- P. , Christine , TMN , 2007 , P.343.

الملاحظات

NA$_4$ AN-ZA-GUL-ME:- وتقـرأ أيضـا AN-ZAḪ-MI وهـي طبقـة مـن الحجر الأسود ذات شكل غير محدد وهي عبارة عن مادة كلسية تصنع منها الزجاج يقابلهـا بالاكديـة kutpû ، للمزيـد ينظـر : الجبـوري ، علـي ياسـين ، قـاموس اللغـة السومرية ....، المصدر السابق ، ص726 .

<u>CAD</u> , K , P.610.

NA$_4$ SA- <A> -BU :- نوع من انواع الاحجار تصنع منه أشكال مختلفة من الخرز يقابلها بالاكدية epirru , erimmatu بمعنى لؤلؤ بيضاء ينظر :

<u>CAD</u> , S , P.5 , <u>CAD</u> , E , P.200-238.

NA$_4$ Kišib IM.BABBAR$_2$:- ختم لحجر اسطواني الشكل مصنوع من مادة طلائية كلسية بيضاء (الجص) ، يقابله بالاكدية kunukku gaṣṣu ، للمزيد ينظر :

الجبـوري ، علـي ياسـين ، قـاموس اللغـة السـومرية ....، المصـدر السـابق ، ص484–600.

<u>CDA</u>, K , P.543-546.

NA$_4$ Ŝim-bi-zi-da : نوع من الاحجار يتم طحنها وتستخدم كمادة كحل للعين وربما كانت توضع بعلبة صغير ذات شكل هندسي للحفاظ على مادة الكحل المطحون بها وتقابلها بالاكدية guḫlu ، للمزيد ينظر :

<u>CAD</u> , G , P.125.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية ....، المصدر السابق ، ص975.

NA$_4$ <ga>-b[i-i] : نوع من الاحجار يستخدم للاغراض الطبية ويدخل في صناعة الزجاج أيضا يقابله بالاكدية gabû ، بمعنى شب للمزيد ينظر :

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية ....، المصدر السابق ، ص149.

CAD , G , P.7.

NA_4 ZE_2 : اناء مصنوع من الحجارة يستخدم لسحق وطحن الحبوب في العمليات الطبية يقابلها بالاكدية aban marti وتقرأ أيضا NA_4 ZI_2 للمزيد ينظر :

CAD , M , P.299.

NA_4 ZI : نوع من انواع الاحجار يقابله بالاكدية zibtu للمزيد ينظر :

CAD , Z , P.104

NA_4 A-<LAL> : نوع من انواع الاحجار يشبه المرمر كان يجلب من المناطق الشمالية الاشورية بشكل قطع ويتم تقطيعها ويصنع منه في اغلب الاحيان الاختام ورؤوس الصولجانات المختلفة الاشكال والاحجام ، للمزيد ينظر :

MDA , P.237:579 ; CAD, E , P.74-75.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية ......، المصدر السابق ، ص726.

NA_4 algameš : نوع من انواع الاحجار على شكل ابريق او كأس او علبة يقابلها بالاكدية kutu ; algameŝ للمزيد ينظر :

CAD , K , P.509 ; CAD , AI , P.338.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية ....، المصدر السابق ، ص114.

NA_4 Lagab algameš : نوع من انواع الاحجار الصلدة (صلبة) وتكون ذات اشكال واحجام مختلفة يقابلها بالاكدية uppuqu ينظر :

CAD , U , P.187.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية ......، المصدر السابق ، ص114.

NA_4 Kišib algameš : ختم ذو نوع من الحجر الصلد مصنوع منه أشكال مختلفة يقابله بالاكدية kunukku algameŝ ، ينظر :

CDA, K , P.543-546 ; CAD , AI , P.338.

NA_4 ESI : وتقرأ العلامة أيضا **NA_4 KAL** وهو نوع من الاحجار يسمى الديورايت وهو حجر صخري بركاني (الصخور النارية) يقابله بالاكدية uŝu وقد صنع سكان بلاد الرافدين العديد من القطع الفريدة من نوعها من مسلات ومنحوتات مختلفة الاشكال والاحجام وبقياسات محددة على مر العصور ، للمزيد ينظر :

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية ....، المصدر السابق ، ص266.

MDA , P.147:322 ; CAD , U , P.326 ; DSL , P.100.

NA_4 DAG <GAZ> : نوع من الاحجار الكبيرة استخدمت لاكساء البلاط بأشكال هندسية

MDA , P.131:280 ; CAD , T , P.75.

NA_4 A-A[-AR-TUM!] : نوع من الاحجار يسمى الصدفة او يسمى بالمرجان الابيض يستخدم لصناعة أشكال مختلفة من الحلي يقابله بالاكدية ayartu للمزيد ينظر :

CAD,AII , P.228.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية ....، المصدر السابق ، ص28.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية ....، المصدر السابق ، ص717.

NA_4 IM-[MA-AN-NA!] : نوع من الحجر الرملي او ربما تكون مكوناته من الطين والقار يقابله بالاكدية immanakku للمزيد ينظر :

CAD , I , P.127.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية ....، المصدر السابق ، ص488.

NA_4 ab-[aŝ-mu!] : حجر الكريم الاخضر والتي غالبا ما تصنع من أنوع مختلفة من المجوهرات يقابله بالاكدية المفردة ذاتها من المصدر abaŝmu اذ انها كلمة سومرية دخيلة على اللغة الاكدية ، للمزيد ينظر :

CAD , AI , P.30.

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية ....، المصدر السابق ، ص26.

NA_4 ti-[ik] : نوع من الاحجار مختلفة الاشكال تصنع لخواص الرقى وللتخلص من الامراض والتعاويذ واغلب أشكالها على شكل قلادة ليتسنى تعليقها بالرأس يقابلها بالاكدية tiku ، للمزيد ينظر :

CAD , T , P.404.

No (13)

IM.160534

Obv.

1. 2 30 šu-ḫur-2
   3 . 38 ŠU . 2 . mi
   1. 50 . 4! . 17 . ŠU.BAR . RA
   ŠU.EŠ$_2$. UR$_4$

5. ŠU- ia qa
   6 . 1 . 20 ra-an-ba-a[t]!
   udun!

Rev.

   1 [30!] 5 ŠU [x-x]
   2. 50.4.30. [4-x-x]
   Su! 30 . 4 . 10.2 [-----]
   1.30.8.30 ŠU-nun-ŠU!
   SI 15. 40 . [6!]

10. [20!]-8 . 30 . 3 ŠU.[lum-x]
   [---] 50 . 50. 9 . 20.4 . ŠU-ma!-pa
   x . 10.3 10.2. BAR.ŠU [kul]
   59.40! 25
   SU.BI 20 su [ut SU.31 BI.x]
   [x-na-ba- ka!]

الترجمة الحرفية للنص:

1. 150 مساحة دائرة (حلقة) 2.
2. 218 ونصف مساحة المنطقة الخالية!.
3. 114 ، 17 (هي) نصفها .
4. الثلث
5. يدي !
6. يزيد (إلى) 6 . 1. 20 .

القفا:

7. 1 . 30 . 5
8. 50 . 4. 30 ×××

×–× 40. 4 . 12 × – ×

9. 1.30 8.30 ––––––

15 . 40 . 6 أصبع

10. × 8 . 40 . 6
11. × 50 . 50 . 8 . 24
12. 13 . 12 ––––––
13. 58.40
14. ×××××

المعنى العام للنص :

نص رياضي يدور حول الدائرة واجزائها وانصافها ويذكر قياسات معينة لحساباتها الا ان النص مهشم بعض الشيء.

الملاحظات

ŠU.BAR . RA **:** مصطلح سومري يعني نصف أو مثل يقابله بالاكدية miŝlαnʊ

للمزيد ينظر :

الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية........ المصدر السابق ، ص939.

CDA,P.212 ; DSL , P.270.

No (14)

IM.202653

Obv.

1.	1 . 40 .2	¾ .10 Ú
	[2]. 10 .6	¾. 5 Ú
	5.20.[1!]	¾.5 Ú
	40 . 5 .[x]	¾.8 Ú
5.	[x]	¾.[5!] Ú
	15 [x]	¾.[7]. Ú
	[20] 2	¾.4. Ú
Lo.ed	15	¾.3 Ú
Rev.	[1].29 ra 6 50.1	
10.	[x] [x]	kul-gur
		kul-40.2
	Empty	
	U_4 – i-ma-ti	x-kul
	50 [bal! -ad] si-is	Ŝa-du$_3$-ra-ne
15.	½ 20	[si]-ad-[du]

الترجمة الحرفية للنص :

1. 102 ¾ 10
2. 136 ¾ 5
3. !321 ¾ 5
4. 45 ¾ 8
5. × ¾ !5
6. 15 × ¾ 7
7. 22 ¾ 4
8. 15 ¾ 3
9. 89 را 411
10. × × كل – كور
11. 42 كل كور
12. فارغ
13. يوم
14. 20 ونص

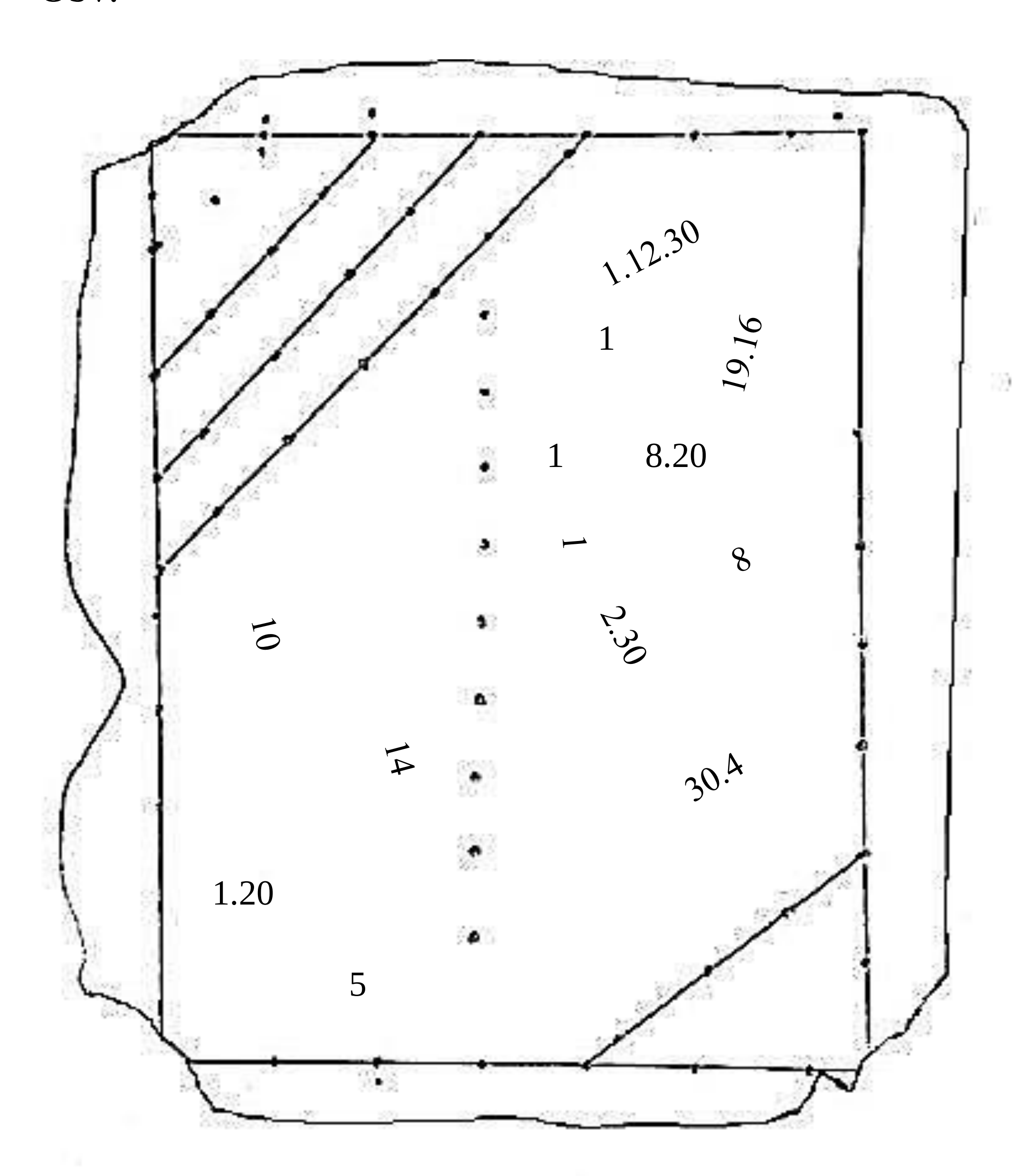
المعنى العام للنص:

نص رياضي يمثل كسور

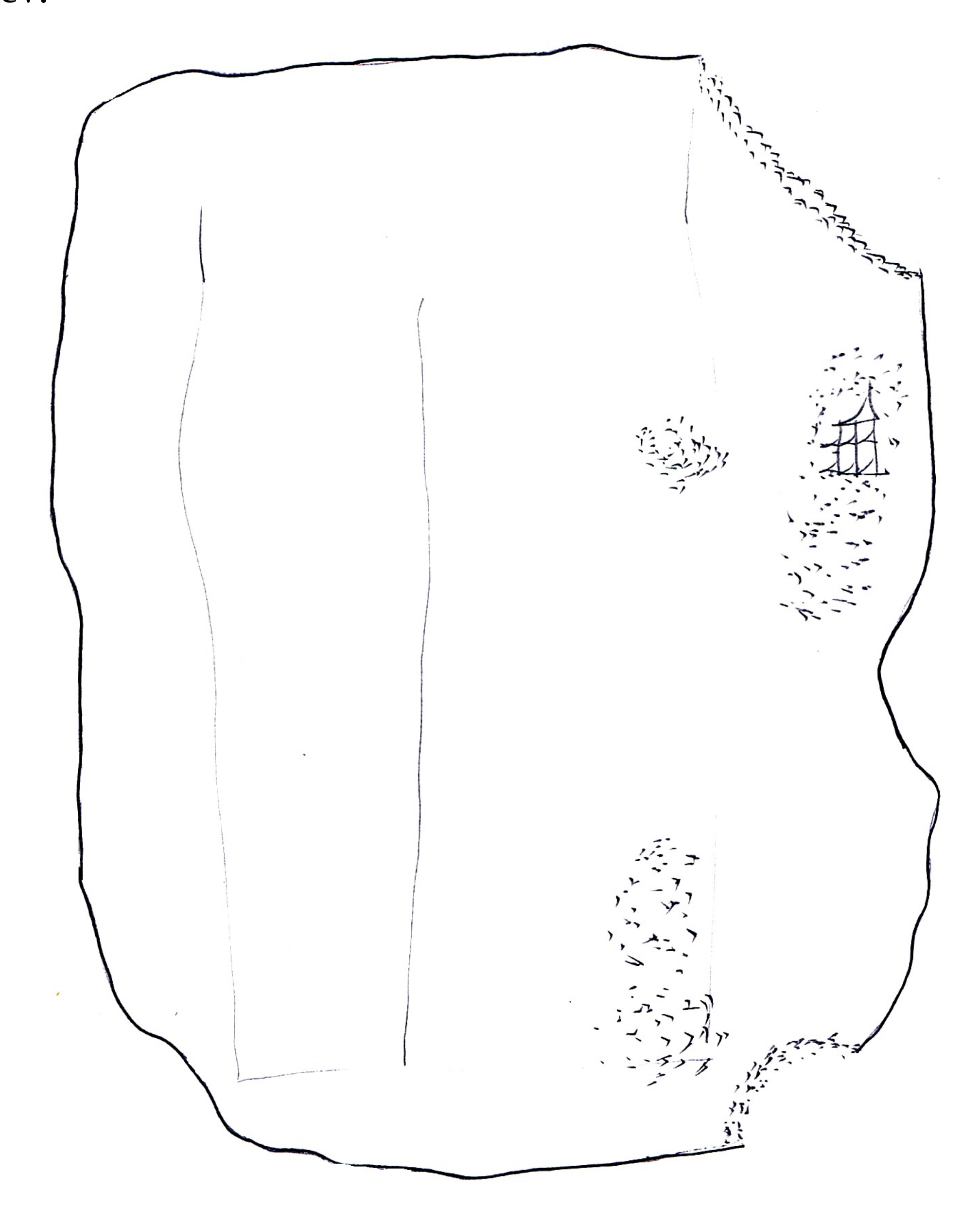
No (15)

IM.160097

Obv.



Rev.



المعنى العام للنص :

نص يعنى بحسابات الارصادات الفلكية او لدروب التي تسير عليها الالهة من العصر البابلي القديم للمزيد وللمقارنة ينظر :

Walker , Christophers , Astronomy befor the telescope , London , 1999 , P.44.

Waerden , van , Babylonian , Astronomy , III The Thirty six stars , JNES , VOL:8 , 1949 , P.11.

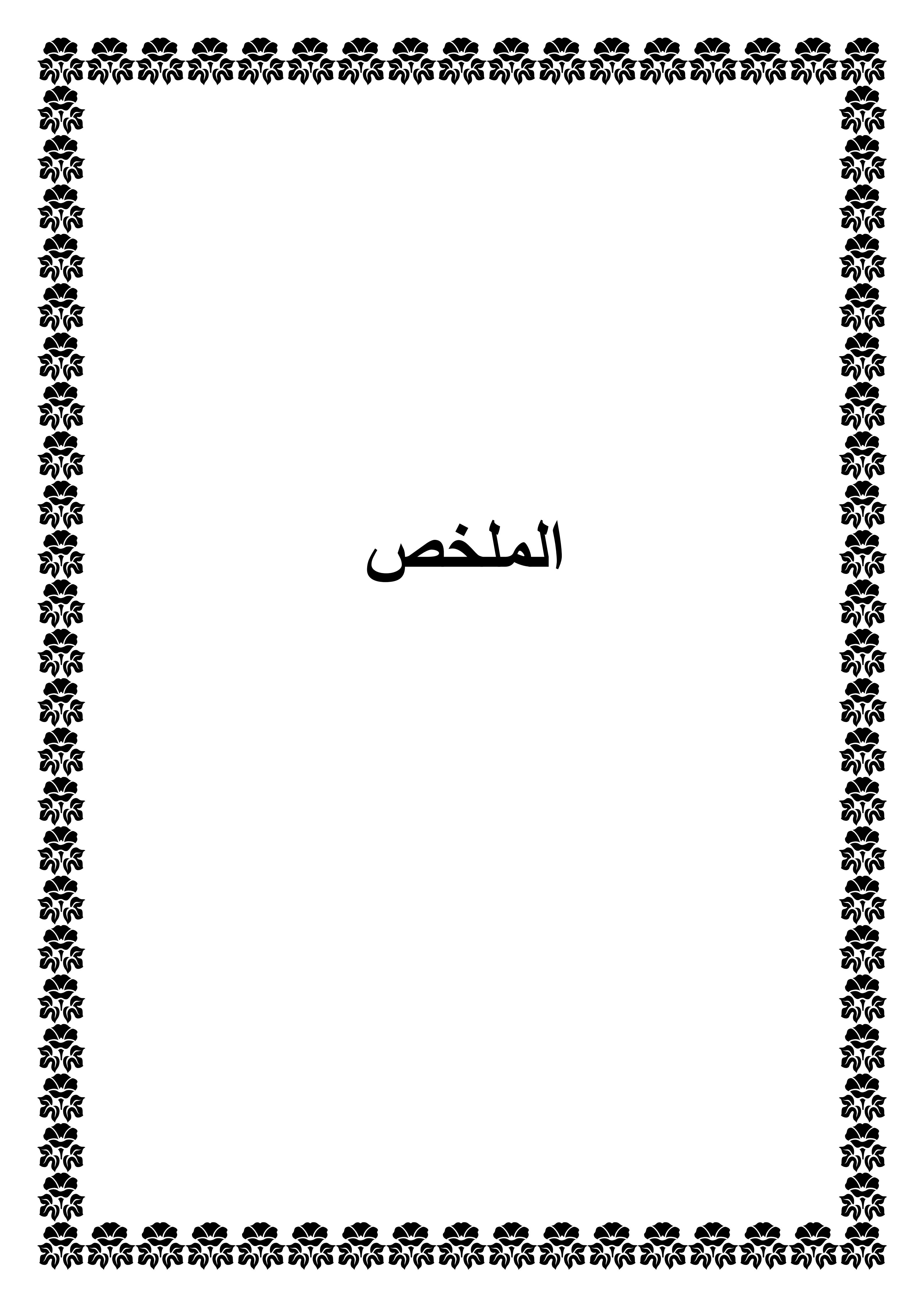
النعيمي ، شيماء علي أحمد ، الفلك في العراق القديم من القرن السابع إلى القرن الرابع (ق.م) ، اطروحة دكتوراه غير منشورة ، كلية الاداب ، جامعة الموصل ، 2006 ، ص102-106.

الملاحظات

نص فلكي خاص بحسابات الارصادات الفلكية (الجوية) الا ان النص غير مكتمل وقد اخطأ الكاتب للوهلة الأولى عند تدوين النص ويظهر ذلك من خلال متابعة الوجه الثاني للنص (القفا) اذ قام الكاتب برسم المخطط الجوي وقام بمسح النص ولعدم ظهور الشكل المرغوب به قام بقلب النص وتدوين الشكل الظاهر لدينا من جديد في الوجه ومن الملاحظ أيضا ان هذا الوجه لم يتم اكماله واكمال ما تبقى من كتابات وبالتالي لم يقوم بفخر النص وذلك لأسباب نجهلها.

إن الخطوط المثلثية الموجودة في أعلى النص في الجهة اليسرى ربما تدل على اتجاه الشمال أو خطوط العرض والطول (كما نسميها اليوم) حسب اعتقادهم وتقابلها في الجهة المقابلة تماما من اسفل النص الجهة الجنوبية ، أما النقاط المثبتة على النص ربما تدل على مواقع النجوم في الفضاء وقد رتبت بشكل عشوائي ولا بد من الاشارة ان المسافات التي بينهما امكن حساب الابعاد فيما بينها والتي تقدر بـ(1 سم) بين كل نقطة (نجم سماوي) واخر ، الا ان الكاتب لم يقوم بربطها مع بعض كي تكون الشكل المطلوب (الظاهر لديه والتي تظهر على شكل حيوانات او اشكال اخرى

كالقطب الشمالي والجنوبي على سبيل المثال) او ربما تدل هذه النقاط (النجوم) على المسارات والدروب التي تسير عليها الالهة سواء في السماء او عند نزولها الى الارض وهذا استنادا الى ما تذكره المصادر والنصوص المسمارية.

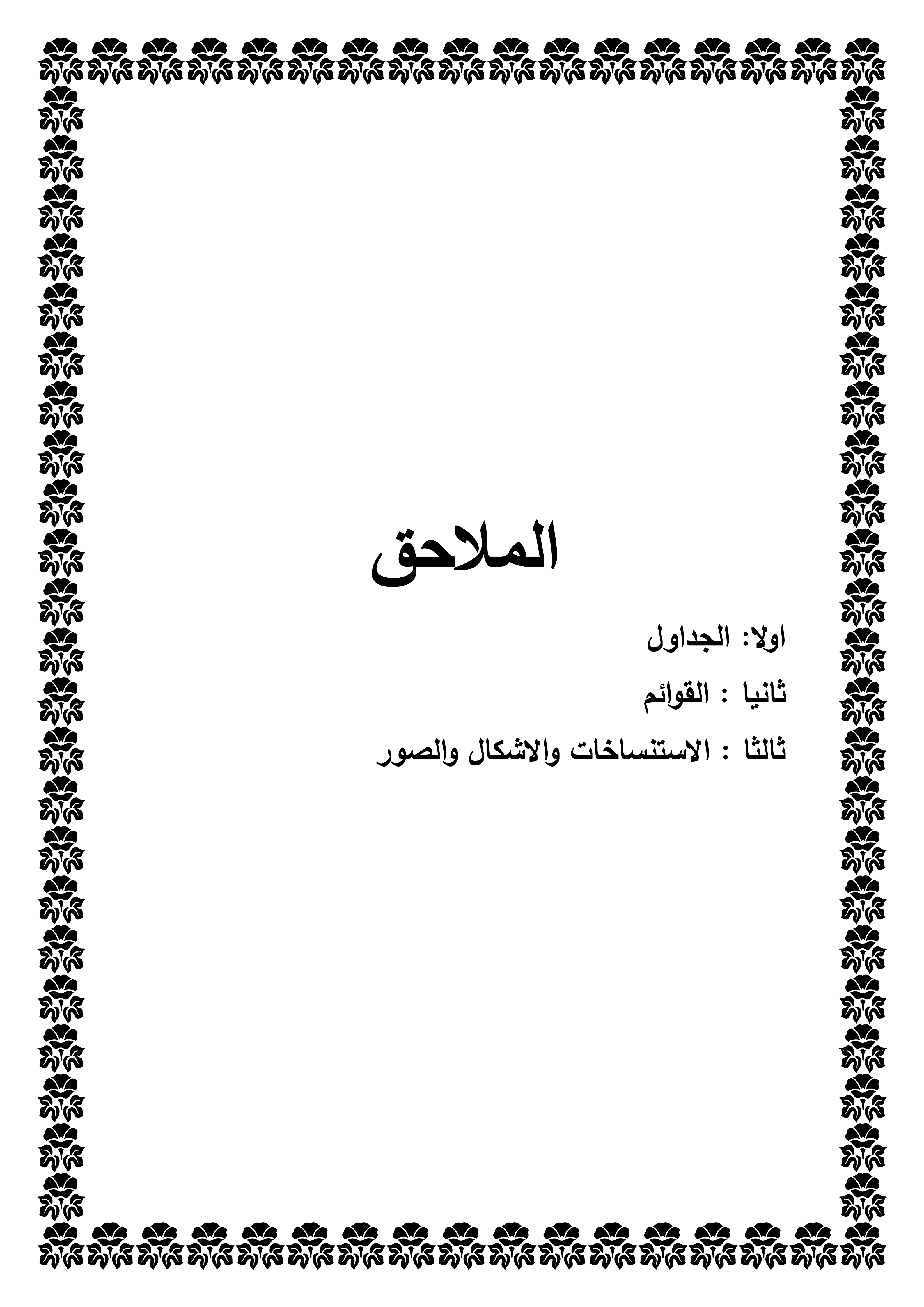


الملخص

الملخص

1. علم الرياضيات من العلوم المهمة لدى سكان حضارة بلاد الرافدين اذ ادخلوه في جميع ميادين حياتهم اليومية وذلك لارتباطه بمعاملاتهم بالبيع والشراء وعملية الحفر والبناء.
2. كان لرياضيو بلاد الرافدين دراية في حل وفهم اغلب المسائل الحسابية والهندسية والتي نجد صدى ذكرها في الوقت الحاضر وقد نظموا ذلك بوضع جداول متعددة كشفت عنها المواقع الاثرية في عدة مواقع.
3. علم الرياضيات يختلف عن العلوم الاخرى كالصفة المثالية البعيدة عن الفكر الخيالي والاسطوري اذ ان ما يركز عليه هو عمليات حسابية وهندسية متنوعة دونت على أشكال مختلفة تحمل في طياتها مفهوم منتج بالبراهين والحقائق الا انه مقتضب التفاصيل.
4. اهتم سكان بلاد الرفدين بالحساب كونه مرتبط بحياتهم اليومية كما التزم بما يسمى بالمرتبة العددية اذ ان لك عدد له قيمة عددية تختلف عن نظيره الاخر بحسب موقعه.
5. اهم الانظمة التي اتبعت في بلاد الرافدين هو النظام العشري والنظام الستيني وقد استخدم كلا النظامين في بادئ الامر فنجد ان رياضيو بلاد الرافدين عند تدوين نصوصهم يستخدمون النظام العشري تارة والنظام الستيني تارة اخرى وقد استخدموا في حالات نادرة كلا النظامين في النص الواحد وهذا مااثبته النص المسماري والذي يعود الى عصر سلالة اور الثالثة ونص آخر يعود للعصر الاشوري الحديث.
6. اهتم سكان بلاد الرافدين بالجبر والهندسة فقد تكونت علاقة وثيقة بينهما اذ اثبتت النصوص الجبرية في بلاد الرافدين ان الجبر كان قد استخدم منذ بداية نشوء علم الرياضيات.
7. كان للهندسة دور مهم في جميع الميادين وقد عالجت تلك المسائل الكثير من المشاكل لديهم في حياتهم اليومية.

8. عد استخدم الصفر اول ابتكار مهم في حياتهم ووضع أول مفهوم له في العصر البابلي الحديث من خلال ترك مسافة بين الاعداد للدلالة عليه ويظهر ذلك واضحا في النصوص ومن ثم وضع له علامة مسمارية خاصة في العصور اللاحقة.
9. اهتم سكان بلاد الرافدين بجميع العمليات الحسابية من تضعيف وجمع وطرح وقسمة وضرب فضلا عن معرفتهم بالجذور التربيعية والتكعيبية ، وقد وضعوا جداول مطولة لاغلب هذه الاعداد ومعكوساتها.
10. أهتم سكان بلاد الرافدين بجانب هندسي مهم يمكن أن نطلق عليه علم المثلثات اذ كشفت المواقع الاثرية عن نصوص مهمة تعنى بهذا العلم ومنها النص المشهور بتشابه المثلثات (فيثاغورس) وقد افادتنا هذه النصوص في فهم غالبية المسائل ولحل ما يشابه مثل هذه النصوص سواء من مقارنة نصوص اخرى معها او في حل مسائل مشابهة في الوقت الحاضر.



الملاحق

اولا: الجداول

ثانيا : القوائم

ثالثا : الاستنساخات والاشكال والصور

القوائم والجداول

أولاً: الجداول

1. جدول النصوص المسمارية

ت	رقم النص	الرقم المتحفي	المعثر	القياسات	مضمون النص
1.	نص رقم(1)	IM.160504	مصادر	2,1×3,8×7	جدول ضرب
2.	نص رقم(2)	IM.160774	مصادر	1,4×5,2×2,8	جدول مرجع حسابات لمربع العدد
3.	نص رقم(3)	IM.160094	مصادر	2,3×5,2×4,1	نص يمثل عملية الجمع
4.	نص رقم(4)	IM.160092	مصادر	2,3×5,2×3,8	نص يمثل عملية الجمع
5.	نص رقم(5)	IM.160707	مصادر	2,3×4,1×6,2	جدول تضعيف مساحة
6.	نص رقم(6)	IM.226243	مصادر	1,8×8,1×5	مساحات مختلفة
7.	نص رقم(7)	IM.160657	مصادر	2,5×8,3×7,3	مساحة شكل غير منتظم
8.	نص رقم(8)	IM.160740	مصادر	2,4×7,6×5,6	مساحة مثلث مماثل منتظم
9.	نص رقم(9)	IM.160867	مصادر	1,4×4,1×3,7	نص هندسي تعليمي (مدرسي)
10.	نص رقم(10)	IM.85069	سيب	2×7,8×7,5	نص رياضي تعليمي
11.	نص رقم(11)	IM.85072	سيب	3,8×5,9×10,6	جدول حسابات وزن بالنظام الستيني
12.	نص رقم(12)	IM.160000	مصادر	2,4×5,8×8,9	نص يتضمن انواع من الاحجار مختلفة الاشكال
13.	نص رقم(13)	IM.160534	مصادر	2,7×6,3×2,6	حسابات محيط دائرة
14.	نص رقم(14)	IM.202653	مصادر	2×4,6×2,8	كسور
15.	نص رقم(15)	IM.160097	مصادر	2,7×10,6×13,6	نص خاص بحسابات الارصادات الفلكية

2. جدول المفردات الخاصة بصيغ الاوزان

المفردة السومرية	المعنى العربي	المصدر والصفحة	المفردة الاكدية	المعنى العربي	المصدر والصفحة
GU_2 ĜAR	وحدة وزن طالنت	DSL.P.128	biltu	وزن 30كغم	CAD,B,P.229
MA-NA	منا	MDA,P.157:342	manu	وزنة تعادل 60 شيقل 500غم	CDA,P.195
GIN_2	شيقل	DSL:P.118	šiqal	وزن 8غم	CDA,P.376
GIN_2-TUR	شيقل صغير	MDA,P.87:106	kakku	وزنة صغيرة	CDA,P.141
ŠE	حبة	DSL:P.330	Še'u	حبة	CDA,P.396

3. جدول المفردات الخاصة بصيغ المكاييل

المفردة السومرية	المعنى العربي	المصدر والصفحة	المفردة الاكدية	المعنى العربي	المصدر والصفحة
GUR	كور	DSL:P.134	Kurru(m)	مكيال سعة تعادل 300 قا pi (5)	MDA , P.89:111
PI	بي	MDA , P.177:383	Panu(m)	مكيال سعة تعادل 36 قا BAN (6)	CDA , P.263
BAN_2	بان	MDA, P.71:74	Sutu	مكيال سعة تعادل 6 قا SILA(10)	CDA, P.329
$SILA_3$	سيلا	DSL:P.309	qu	سعة	CDA , P.290

4. جدول المفردات الخاصة بصيغ الاطوال

المصدر والصفحة	المعنى العربي	المفردة الاكدية	المصدر والصفحة	المعنى العربي	المفردة السومرية
CAD,K,P.20	القدم / ذراع	Kabistu	-	-	-
CDA,P.125	جناح	idu	MDA,P.153:334	ذراع	A$_2$;DA
CDA.P.209	قياس	middatu	CAD,M/II,P.47	طول المساحة	AĜ.MEŠ
CDA.P.187	طول	madadu	DSL.P.9	مقياس طول	AĜ/G$_2$
CDA,P.284	مقياس للطول	qanû	DSL,P.111	ذراع	GI ; GI. ḪI.A
CDA,P.197	على طول المدى	mᾱraku (s.)	DSL,P.114	طويل جدا	GID$_2$
CAD,Q,P.285	سعة	qû	MDA,P.43:3	خيط ، شريط	MUG
CDA,P.358	بنفس الطول	šaqᾱlu	DSL,P.264	مرتفعا	NIM
CDA, P.254	مقياس للطول = 12 ذراع	nindanu	DSL,P.266	وحدة قياس الطول تعادل 12 ذراع	NIN.DAN ; NINDA
CAD,U,P,58	تفاوت العرض مقارنة بالطول	ukullu	MDA,P.177:384	نقصان العرض بالمقارنة مع الارتفاع والقمه	ŠA$_3$.GAL ; ŠAG.GAL
CDA,P.371	طول	šiddu	MDA,P.91:115	سعة	SAG.KI/UŠ
CAD,U,P.181	يقيس	Upnu	DSL:P.347	شبر	ŠU.BAD
CDA,P.286	يد	qatu	DSL,P.343	ذراع	ŠU.DA
CDA,P.378	ذراع	Šizû	DSL,P.344	وحدة قياس الطول	ŠU.DU$_{3/8}$.A
CDA,P.415.	أصبع	ubᾱnû; upᾱnû	DSL,P.347	أصبع	ŠU.SI
CAD, T, P.88	وحدة صغيرة	takširu	DSL,P.370	وحدة قياس	TUR ; BAN
CDA,P.71-72	وحدة قياس	emedu	DSL,P.403	وحدة طويلة	UŠ

5. جدول المفردات الخاصة بصيغ المساحات

المصدر والصفحة	المعنى العربي	المفردة الاكدية	المصدر والصفحة	المعنى العربي	المفردة السومرية
CDA,P.209	مقياس المساحة	middatu	-	-	-
CDA,P.76	مساحة	eqlu	DSL.P25	مساحة	A.ŠA$_3$
CDA,P.50	مساحة	burum	MDA,P.189:411	6,48 هكتار أي ما يعادل 64800م^2	BUR$_3$
CDA,P.133	قاعدة	išdu	MDA.P.117	قاعدة	DU
CDA, P.65	تعادل 6 ايكو أي : 21600 م^2	eblu	DSL.P.101 MDA,P.67:69	وحدة قياس المساحة	EŠE$_3$
CDA,P.125	ضلع	igāru	DSL.P184	سطح	I-IZ-ZI ; É.GAR$_8$
CAD,K,P.532	المقياس / المساحة	kumānu	MDA,P.87:105 CDA,P.166	مقياس مساحة فدان تعادل 3600م^2	IKU
CDA,P.206	تحديد موقع	mazzāzu	MDA,P.207:461	موقع/مسكن	KI.GUB
CDA,P.281	الساحة الوسطى	qabaltu	MDA,P.155:337	وسط ، متوسط	MUR$_2$
CDA,P.221	قياس مساحة المربع الواحد	mušaru	DSL:P.300	وحدة قياس المساحة تعادل 36م^2	SAR
CDA,P.221	حديقة /روضة	mūšaru	MDA.P.152	وحدة قياس مساحة	SAR / MÚ.SAR
CDA,P.162	مساحة كبيرة	Kiššatu	DSL.P.328 MDA,P.181:396	مساحة وتعادل 3600	ŠAR/$_2$; ŠAR$_2$. ŠAR$_2$
CDA,P.360	الشار الكبير	šāru-rabû	AnOR,P.130	مساحة تعادل 21600	ŠAR$_2$.GAL
CDA,P.81	حفرة	esû	DSL,P.367	فجوة تجويف	TUL$_2$.SAG

6. جدول المساحات وما يقابلها في الوقت الحاضر

تساوي	ما يعادلها في الوقت الحاضر	المقابل الأكدي	الصيغة السومرية
3 ESE3	6,48هكتار (≅64800م^2)	buru(m)	1 BUR
6 IKU	2,16هكتار (≅21600م^2)	eblu (m)	1 ESE_3
100 SAR	0,36 هكتار (≅3600م^2)	iku (m)	1 IKU
60 GIN	0,0036هكتار (≅36م^2)	musaru(m)	1 SAR
	0,0006هكتار (≅ 6م^2)	siqlu(m)	1 GIN

7. جدول المفردات الخاصة بصيغ الاشكال والحجوم

المصدر والصفحة	المعنى العربي	المفردة الاكدية	المصدر والصفحة	المعنى العربي	المفردة السومرية
CAD,S,P.225	قمة المثلث	ṣipru			
CDA,P.430	الة تستعمل في العمليات الحسابية	uttuku	-	-	-
CDA,P.418	مقياس سطح	ubû	-	-	-
CDA,P.107	قياس للسطح	ḫararnu	-	-	-
CDA,P.132	الرسم	iṣratu	-	-	-
CDA,P.134	تقاطع الاشكال	Išpalurtu	-	-	-

-	-	-	epēšu	اشتقاق	CDA,P.75
-	-	-	garru	دائري كروي	CAD,G,P.51
-	-	-	gišgallu	القاعدة	CDA,P.94
-	-	-	ubāya	جزء مسطح – منبسط	CDA,P.417
-	-	-	Šuburrum	قطر الدائرة	CDA,P.380
-	-	-	Šibqu	التصميم	CDA,P.370
-	-	-	Simirtu	شكل دائري	CDA,P.323
-	-	-	suḫātu	مصطلح هندسي	CDA,P.326
-	-	-	ṣalpu	ميل ،انحراف	CDA,P.333
-	-	-	qaqqaru	السطح دائرة	CAD,Q,P.113
-	-	-	kipṣu	منطقة دائرية	CDA,P.158
-	-	-	kubru	قطر	CDA,P.164
-	-	-	palāku	يرسم حدود متعددة	CAD,P,P.49-50
-	-	-	mišihtu	قياس الحجم والمساحة	CDA,P.212
-	-	-	Litiktu	المقياس الحقيقي	CDA,P.183
-	-	-	mašiḫu	المساح القياسي	CDA,P.202
A.ŠA$_3$/ LAGAB	شكل مربع	DSL.P.218:B	mitḫartu	مربع	CDA,P.213
A.ŠAG$_4$	حجم / كتلة	DSL.P.25:A	ṣarbatu	حجم مربع شكل	CDA,P.334 MDA,P.237:579
A$_2$.SUḪ	شكل الاسفين	CAD,AII,P.444	aškuttu	وتد	CDA,P.28
AB.ZA$_3$.MI$_2$	–	–	apsamikkum	شكل مربع الاضلاع	CDA,P.21

AGA$_2$	قاس	MDA,P.113:183	madădu	قياس الطول او الحجم	CDA,P.187
AN.TA	قمة	DSL.P.18	elen ; šaqû	ارتفاع	CDA,P.359
AŠKUD/$_2$	الاسفين	–	aškuttu	شكل وتد	CDA,P.28
BAL(BALA) ; BIL$_2$	معكوس	DSL:P.30-31	elû (s.)	مساحة السطح المرتفع	CDA,P.71
BAR	نصف	DSL:38	Mišlu	النصف / نقطة الوسط	CDA,P.212
BAR/BAR.NUN	خط قطري/مائل /منحرف/مستطيل/	MDA,P.71:74	ṣiliptum	خط قطري	CDA,P.338
DAG	مساحة غرفة	DSL:59	Šubtu	مقياس مسكن	CDA,P.379
DAḪ.TAḪ	يضيف ، يزيد	DSL:P.352	aṣābu	يزيد في الحجم والعدد	MDA,P.109:169
DAL	خط الزاوية / الخط القاسم	DSL:PP.61-62	tallu	العمود / الخط / القطر	CDA,P.396
GAM	العمق	DSL,P.107	Šuplu	انحناء	CDA,P.386
GAM ; ĜIŠ.DU$_{10}$	محيط الدائرة	DSL:P.107	Kippatu	الدائرة / محيط الدائرة	CDA,P.159
GAN$_2$	وحدة قياس مربع	DSL:P.108 MDA,P.87:105	ikû	وحدة قياس المربع	CDA,P.126
GAZ	قطر ، ضلع	DSL,P.110	ḫipu	قطر	CDA,P.117
GE.SA;KI$_2$.SA	مخروط ناقص	MDA,P.77:85	gisa	شكل مقطع المخروط	CAD,G,P.96
GE$_{16}$	قوس	MDA,P.65:67	qaštu	شكل هندسي	CDA,P.286
^{ĝeš} BA.NA	مقياس مكيال	MDA,P.71:74	Sūtu	سعة	CDA,P.329
^{geš} U$_3$.ŠUB ; ^{geš} ŠUB	قالب طابوق	MDA,P.203:455	nalbattu	قالب هندسي	CDA,P.234
^{geš} ZA$_3$.MI$_2$; ^{kuš} ZAMIN ;	شكل منتظم	DSL:P.414	sammû	شكل قاعدة	CDA,P.315

ZAG.MI$_2$; ZA.AM.ME ; ZA.AM				منتظمة الشكل	
GI.GUB; GI NA.GUB		P.293:B	Kânu	يثبت ابعاد	
GIĜ$_4$; GIN	وحدة قياس	DSL:P.118	Šiqlu	مقياس للمساحة	CDA,P.376
GIŠ.ḪUR	رسم هندسي	MDA,P.137:2 96	uṣurtu	رسم /تصميم	CAD,U,P.292
GIŠ.ḪUR	رسم هندسي	MDA,P.138:2 96	uṣurtu	مخطط	CDA,P.429
GIŠ.ḪUR	تصميم ، خطة	MDA,P.138:2 96	gišḫuru	مخطط مجسم	CAD,G,P.101
GIŠ.I$_3$.ŠUB	متوازي	CAD,N,P.201	nalbattu	قالب	CDA,P.234
GIŠ.ŠUB.BA	سجل	MDA,P.137 :296	isqû	المقدار الكلي	CDA,P.132
GU$_7$.GU$_7$	قياس	DSL:P.123	akālu	قياس نسبة الانحناء (ينقص ، يربع)	
ḪUR	رسم	DSL:P.171	eṣēru	يرسم يخط رسما	CAD,E,P346
IB$_2$.SA$_2$	جانب /ضلع المربع	MDA,P.119: 207	mitḫartum	المربع لمصطلح هندسي	CAD,MII,P. 185
IB$_2$-SA$_2$	ضلع المربع	MDA.P.119	mitḫartu	ضلع مربع	CDA,P.213
IGI . GUB.BA	معامل دائرة	MDA,P.201:4 49	Igigubbu	كرة	CDA,P.125
IL =IL$_3$	الارتفاع	MDA,P.117:2 05	šaqû	عالي	CDA,P.359
IM.LA$_2$	مخروط	MDA,P.185:3 99	imlû	متوازي ، مخروط	CAD,I,P.127a
KA.KEŠ$_2$	محيط الدائرة	MDA.P.49^2:1 5	kippatu	دائرة	CAD,K,P.396

KAK SAĜ.DU_3	مثلث	DSL:P.188	santakku	مثلث	CDA,P.316
KI.KAL	قاعدة	MDA,P.207 :461	sassu	قاعدة /عرض الاساس	CDA,P.319
LA_2 ; NIĜ$_2$.LA_2	مصطلح هندسي		ṣimittu	مصطلح هندسي	
NU-UM-ME	الجزء الاعلى	MDA,P.73:75	elitu	الجزء علوي	CDA,P.75
SAĜ.DU_3	مثلث	DSL:P.295	santakku	وتد	CDA,P.316
SAG.KI.KUD	شبه المنحرف هندسة	DSL:P.297	panu	مصطلح هندسي	CDA,P263
SAG.KU_5	مربع منحرف	MDA,P.91: 115	sankuttu	مربع منحرف	CDA,P.316
SAĜ/G	الضلع القصير	DSL:P.249	rēšu	الاساس / القاعدة	CDA,P.302
SAG/Ĝ .KI SAĜ.KI.GUD	الشكل الهندسي	DSL:P.297	Pūtu	الشكل الهندسي	CAD,P,P.552
SAḪAR	حجم	MDA,P.121:2 12	eperû	حجم	CAD,E,P.184
ŠEŠ ; SAL.ŠEŠ	مقياس للارتفاع		nişirtu		
SIG_4	المحيط ، محيط الشكل	DSL,P.305	libītu	جدار محيط	CDA,P.181
ŠU.RI.(A)	نصف قطر	MDA,P.163:3 54	Mišlat mišlānû	نصف واحد	CDA,P.212
SUḪUR	سطح هندسي	DSL:P.318	qimmatu	سطح هندسي	CAD,Q,P.252
SUḪUŠ	اسس ، قاعدة ، جذر	MDA.P.117: 201	išdu	اسس	CDA,P.133
TEŠ.BI.	مساوي	DSL:358	mitḫāriš	نفس المدى لدرجة بأقساط متساوية	CDA,P.213
TEŠ.BI.MEŠ	مساوي	DSL:358	mitḫāru	مساوي في الحجم	CDA,P.213

TEŠ$_2$	شبه مربع	MDA,P.235: 575	mitḫartum	مربع	CAD,MII,P. 185
TUL$_2$.LA$_2$	حفرة	MDA,P.217: 511	muŝpalu	عمق	CDA,P.222
UR$_2$	أساس ، قاعدة	MDA.P.117: 203	išdu	قاعدة	CDA,P.133
UŠ	معين	–	emedu	مطرقة	CDA,P.72
UŠ	الشكل الهندسي الجدار مقياس الطول والمساحة	DSL:403	Šiddu	شكل هندسي مقياس طول المساحة	CDA,P.371
ZI	الارتفاع	MDA,P.77:84	ziqpu	ارتفاع	CDA,P.448
ZI.IN.GI	قاعدة ، وتد	MDA,P.77:84	kisallu	وتد	CAD,K,P.417

ثانيا : القوائم

8. قائمة المفردات السومرية والأكدية الواردة في النصوص

المفردة السومرية	المفردة الاكدية	المعنى العربي	رقم السطر والنص
A.RÁ	arû	ضرب	1:2:3:4:5:6:7:8:9:10:11:12:13:14:15: 16:17:18:19:20:21:22:23
nu-úr . ^{d} IM- [x-x]	Nu-ur adad	اسم علم مذكر	1:24
IM. GÍD.DA	Imgiddû	لوح / نص رياضي	1:25
Bùr	buru	وحدة مساحة	5:2:3:4:6:7:8:9:10
aša$_5$	eqlu	مساحة /حقل	5:1:2:3:4:5:6:7:8:9:10:11:12:13:14:1 5
Šár	šᾱru	وحدة مساحات	5: 5:6:7:8:9:10:11:12:13:14:15
KI-GAL	berutu	عمق	6
ENGUR	apsû	محيط	6
zal	naḫarmumu	نهاية	9:1
aŝ	Ŝepu	قدم	9:3

Si		اصبع	9:4
GÍN	Ŝiqal	وحدة وزن	11:2:3:4:5:6:7:8:9:10:11:12:13:14:15
Še	Ŝe'u	حبة	11:2:3:4:5:6:7:8:9:10:11:12:13:14:15
Ku$_3$.babbar	Kaspu	فضة	11:2:3:4:5:6:7:8:9:10:11:12:13:14:15
MA.NA	Manu	وحدة وزن	11: 3:4:5:6:7:8:9:10:11:12:13:14:15
GU$_2$	biltu	طالنت	11:14:15
NA$_4$	Abnu	حجر	12:1:2:3:4:5:6:7:8:9:10:11:12:13:14: 15:16:17:18:19:20:21:22:23:24:25:2 6:27:28:29:30:31
AN-ZA-GUL-ME	Kutpû	مادة كلسية غير منتظمة	12:1
SA- <A> -BU	Epirru	نوع من الاحجار تصنع منه أشكال من الخرز	12:2
Kišib IM.BABBAR$_2$	kunukku gaṣṣu	ختم مصنوع من الجص	12:3
Ŝim-bi-zi-da	guḫlu	شكل يستخدم لحفظ مادة الكحل	12:6
<ga>-b[i-i]	gabû	اناء يستخدم في طب	12:7
NA$_4$ ZE$_2$	aban marti	اناء يستخدم في طب	12:8
NA$_4$ ZI	zibtu	حجر ذو شكل هندسي منتظم	12:9
NA$_4$ A-<LAL>		قطع المرمر	12:10
NA$_4$ algameš	kutu ; algameŝ	شكل هندسي (علبة–ابريق)	12:11
Lagab algameš	Uppuqu	أشكال هندسية صلبة	12:13

Kišib algameš	kunukku algameŝ	ختم صلب	12:14
NA_4 ESI	uŝu	حجر ديورايت	12:15
DAG <GAZ>		نوع من الاحجار استخدم في هندسة اكساء البلاط	12:20
A-A[-AR-TUM!]	Ayartu	المرجان الابيض	12:21
IM-[MA-AN-NA!]	immanakku	نوع من الاحجار يكون مزيج بين الطين والقار	12:23
ab-[aŝ-mu!]	abaŝmu	الحجر الاخضر	12:24
ti-[ik]	tiku	حجر خاص بالرقى والتعاويذ	12:25

9. قائمة بأشهر المفردات الرياضية الحسابية السومرية وما يقابلها بالأكدية

المفردة السومرية	المعنى العربي	المصدر والصفحة	المفردة الاكدية	المعنى العربي	المصدر والصفحة
-	-	-	amirtu	قائمة الجرد والحساب	CDA,P.14
-	-	-	apālu	ينتج	CDA,P.19
-	-	-	tersitu	قائمة الاحصاء	CDA,P.404
-	-	-	šullušu	ثلاث اضعاف / عمل للمرة	CDA,P.383

				الثالثة	
-	-	-	pirkum	مقسوم	CDA P.272
-	-	-	latāku	ينتزع	CDA,P.179
-	-	-	mānaḫtu	غالبا في حالة الجمع/ضعًّ ف	CDA,P.195
-	-	-	munûtu	احصاء الكمية /ارباح	CDA,P.217
-	-	-	našāru	يطرح/يزيل	CDA,P.245
-	-	-	manâtu	متغير الحساب	CDA,P.195
3.TA.AM	ثلث	CDA,P.383	šulšu / šulušlu	الثلث	CAD,Š.P.263
A.NA ; TA ; TA.A ; A.NAM	بقدر ما	MDA,P.99:139	minum	العدد الكمية	CDA,P.211
A.RA.ḪI	معامل	MDA,P.237:579	araḫu	معامل	CDA,P.21
A.RA$_2$	ضرب	DSL.P.21:A	arû	ضرب	CDA,P.25
A.RA$_2$	منوال (الاعداد)	DSL:P.21	aḫāmeš	كل واحد ، واحد تلو الاخر	CDA,P.7
A.RA$_2$.KAR	حاصل ضرب	MDA,P.237:579	arakaru	عامل	CAD,AII,P.223
BA.SI ; IB.SI$_8$	جذر تربيعي ، تكعيبي	MDA,P.43:5	basû	جذر تربيعي ، تكعيبي	CDA,B,P.133
BA.ZAL	يطرح/ ينقص	MDA,P.34:5 :231	matu	ينقص	CAD , P.205.
BALA	معامل /يقاطع	DSL.P.30-31	eberu	يجتاز	CAD,E,P.10
BANDA$_3$	خارج القسمة/ الحاصل	DSL,P.33	Bandû	الناتج حاصل	CDA,P.37

				القسمة	
DAḪ	أضاف	MDA.P.109	asabu	زاد	CDA,P.307
DIM_4.MA	عمليات حسابية- جاور/اقترب	MDA,P.63:60 DSL.P.71	sanqu	حساب	CDA P.316
DUR	ربط	MDA,P.89:108	Kullatu	الكل	CDA,P.165
È	اخرج	MDA,P176:381	Bâru burru	يجد ، يحل	CDA,P.39
$EŠ_{10}$; EŠ.A.BI	يضاعف ثلاث مرات	CDA,P.350	takšu	الثلاثي	CDA,P.395
Ĝ/GAR ; $Ĝ/GA_2$	يطرح	DSL,P.147	šakānu	يطرح	CDA,P.348
GAB.RI	معادل /مساوي	MDA,P.107:167	meḫru	يساوي	CDA,P.206
GAR ; UL.GAR	جمع	MDA,P.199:441	kamāru	يضيف يزيد	CDA,P.144
GU_7	يُربع ، المربع	DSL:P.123	–	–	–
$I_3.GU_7$; IBI	مبادل العدد	CDA,P.125	igû	مبادل مشترك	CDA,P.125
$I_3.KU_2$	ضرب / مرفوع الى التربيع	MDA.P.55	Šutakilu	–	–
IGI.3.$ĜAL_2$	الثلث	CAD,Š.P.263	šaluštu	الثلث	CDA,P.352
IGI.4.$ĜAL_2$	الربع	MSL , 10, P.50	rebītu rabītu	الربع	CDA,P.301
IGI.BI	متبادل معكوس	MDA,P.201:449	igibû	معكوس العدد	CDA,P.125
IGI.GUB	مدلول ، المعامل	MDA,P.201:449	Igigubbû	درجة	CDA,P.125
IGI.TE.EN	قطعة	MDA,P.201:449	igitennum	الكسور (النسبة والتناسب)	CDA,P.125
IL_2;IL_5	يضرب/يرفع الى تربيع	DSL.P.178	našu	يضرب	CDA,P.246

IM.BAL	اختلاف زيادة او نقصان في النتيجة	MDA,P.185:399	nappaltu	انخفاض	CDA,P.239
KAS$_7$.KA	حساب الجمع	DSL:P.193	nikkassu	حساب	CAD,P.N,P. 223
KASKAL	تكرارا مرات	DSL.P.193	ḫarrānu	مرّات	CDA,P.108
KUD	طرح	DSL:P.204-205	ḫurrāsu	قطع	CDA,P.265
LA$_2$	طرح	DSL:P.216	maṭu	نقص	CDA,P.204-205
LAGAB.NIGIN	مجموع كتلة	MDA,P.217:483	Lagabu	كتلة	CDA,P.175
MIN$_6$; MIN$_3$	تعبير يستخدم في قوائم الحساب	DSL:243	Šina	منقسم	CDA,P.374
NI$_3$; DU$_3$.KA$_3$	حسابات	MDA,P.125:230	nikkassu	العمليات الحسابية	CDA,P.253
NIG$_2$. KA$_3$.MA ; NIĜ$_2$.SID NIĜ$_2$.KAS$_7$	حساب محاسبة	DSL:264	nikkassu	مقياس للطول	CAD,NII,P,232
NIGIN	مرفوع الى التربيع	MDA,P219:529	maḫaru	وضع التربيع	CAD,MP.51
^{sag} GALAM	يزيد في العدد	DSL:P.106	utellû	يزيد في العدد	CDA,P.430
ŠANABI ; ŠA$_{2/3}$	ثلثان	CAD,Š,P.G32ff	Šinipu	ثلثان	CDA,P.374
SI.I$_3$.TUM$_3$	تسوية ، تصفية حساب – باقي	MDA,P.91:112	Šittu	مجموع الحساب	CDA,P.379
ŠID	الارقام ، الاعداد	DSL:P.339	minute ; mišlānû	عدد	CDA,P.212
ŠU.NIGIN$_2$; PAP ; ŠU	المجموع الكلي	DSL:P.276:346	napḫaru	المجموع	CDA,P.238
ŠUŠANA PEŠ	الثلث	DSL:P.348	šalšu	الثلث ثلاثة	CDA,P.350
TABRA	يضاعف الناتج	CAD , E , P.251	esepu	–	CAD, E, P.251
TUM$_{2/3/4}$; DU.UM ;	يطرح	DSL:P.368	tabālu	يسلب	CDA,P.392

DE$_6$.DE$_6$					
UD.DA.GíD.DA	مجموع	MDA.P.175:381	udagidû	ينقص بالحساب	CDA,P.418

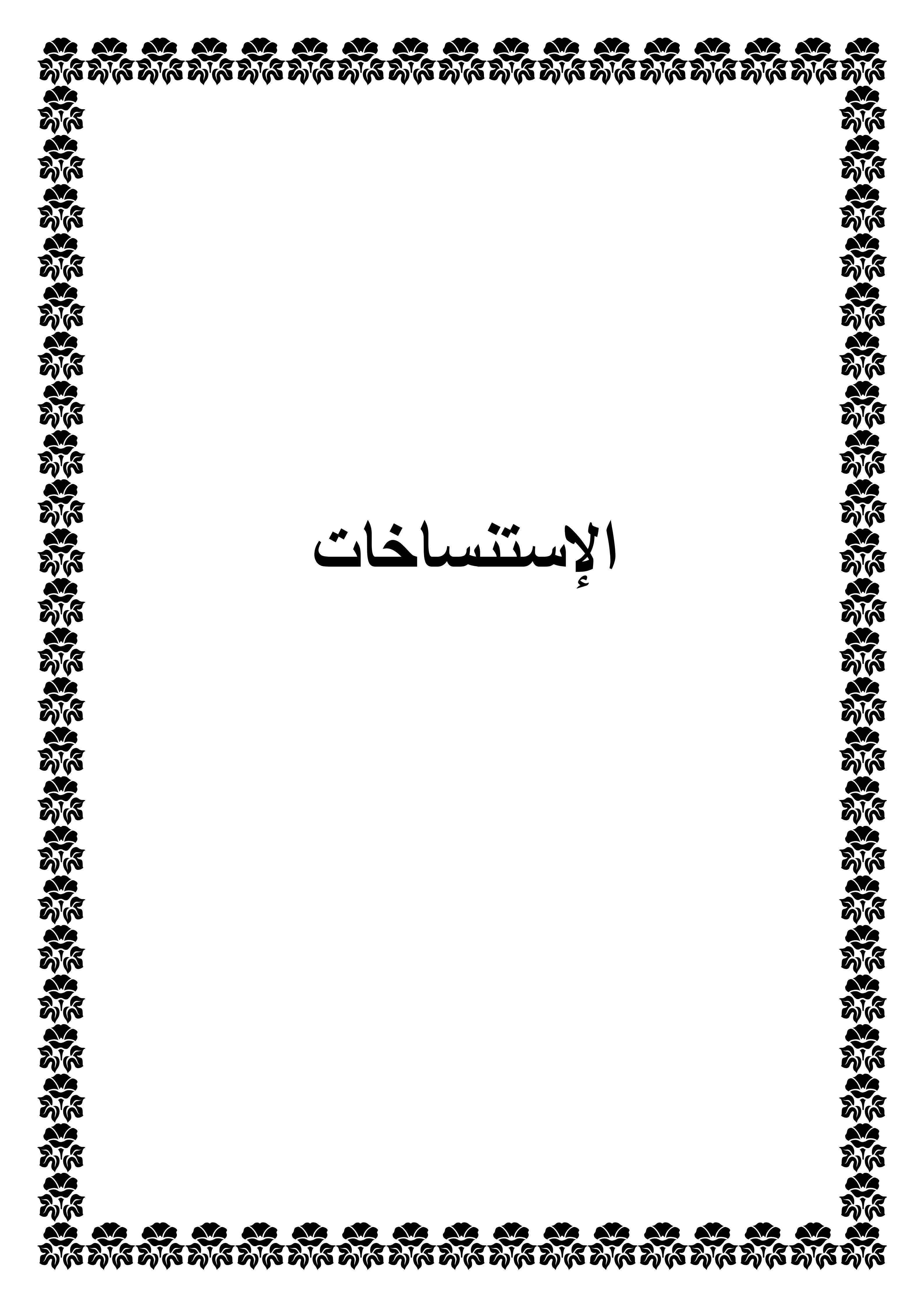
10. قائمة الاعداد

السومري	الاكدي	كتابتا	رقما
AŠ ; DIŠ	Išten	واحد	1
MIN ; MAN	Šina	اثنان	2
EŠ$_5$	šalāšat ; šalašu	ثلاثة	3
LIMMU	erbe	اربعة	4
LA	ḫamša	خمسة	5
ŠUŠ	šeššu	ستة	6
UMUN ; IMIN	šebu	سبعة	7
USSU	šamānu	ثمانية	8
ILIMMU	têšu	تسعة	9
U	ešeret	عشرة	10
NIŠ	ešrā	عشرون	20
UŠU	šalāša	ثلاثون	30
NIMIN	erbā	اربعون	40
NINNU	ḫanšā	خمسون	50
GIŠ	šuššu	ستون	60
ME / UR.SAR.DA	me'atu	مئة	100
EŠ.ANA	šina metān	مئتان	200
LIM	līmu	الف	1000

11. قائمة بأشهر النصوص الرياضية المكتشفة

ت	النص الرياضي	الموقع المكتشف	سنة الاكتشاف	العصر	مضمون النص
1.	نظرية لاقيدس	تل حرمل الطبقة الثالثة	1949	العصر البابلي القديم	تشابه المثلثات
2.	بليمبتون 322	جنوب مدينة لارسا	1922	العصر البابلي القديم	جدول مسائل مثلثات والمستطيلات
3.	نسخة حسابات	مجهولة المصدر	1976	عصر اور الثالثة	الحسابات بالنظام الستيني
4.	تشابه اضلاع المربع قائم الزاوية	تل الضباعي		العصر البابلي قديم	مربع الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع الضلعين
5.	تمرين رياضي	نيبور	1948	العصر البابلي قديم	مساحة مربع غير منتظم
6.	تدريب مساحة	نيبور	1948	العصر البابلي قديم	مساحة مربع
7.	تدريب مساحة	اور	1999	العصر البابلي قديم	مساحة مربع
8.	تدريب مساحة حقل مربع غير منتظم	اوروك	-----	عصر الوركاء	مساحة حقل مربع غير متساوي الاضلاع
9.	مسائل هندسية			العصر البابلي قديم	حساب مساحات اشكال داخل مربعات

10	مسألة هندسية	اور	1973	العصر الاكدي	ايجاد اقصر جانب لحقل معين
11	شكل هندسي	نيبور		العصر الاكدي	تحديد الاضلاع مقارنة بمساحة المنطقة
12	تمرين هندسي	نيبور		العصر البابلي قديم	ايجاد مساحة دائرة
13	تمرين مساحة			العصر البابلي قديم	قطر مربع
14	حسابات	ماري		العصر الاشوري الحديث	حسابات بالنظام العشري
15	مسالة هندسية	نيبور	1993	العصر البابلي الحديث	ايجاد احد جوانب حقل مستطيل



الإستنساخات

No (1)

IM.160505

Obv.

1.

5.

10.

15.



Rev.

20.

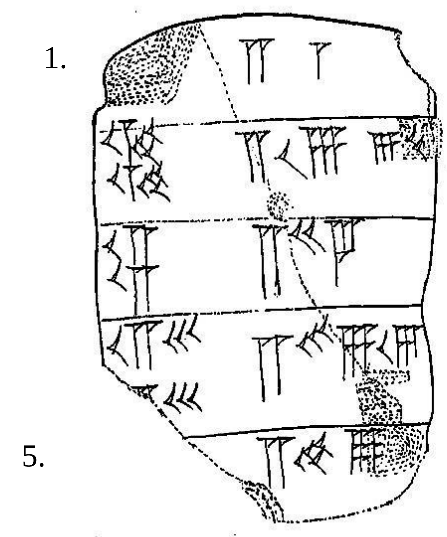
25.



No (2)

IM.160774

Obv.

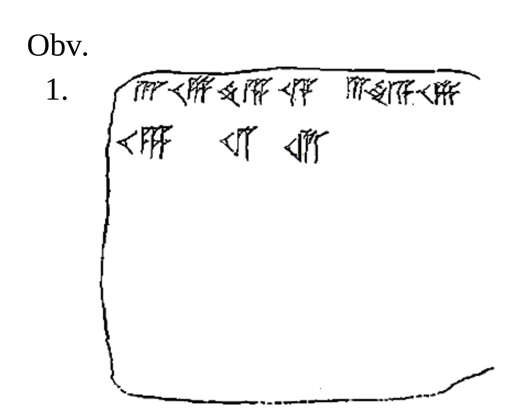


No (3)

IM.160094

Obv.

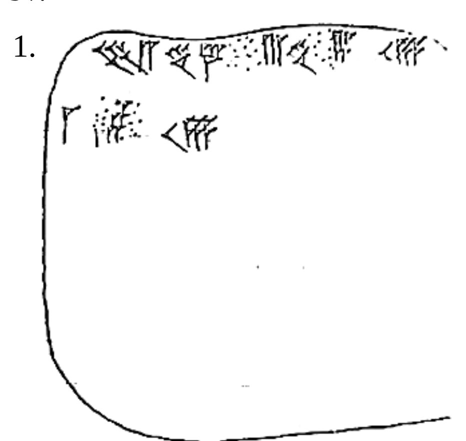
1.



No (4)

IM.160092

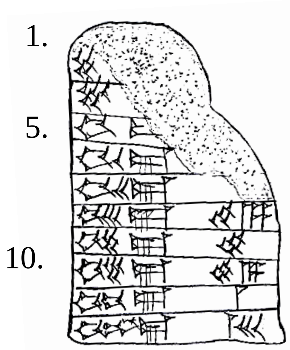
Obv.



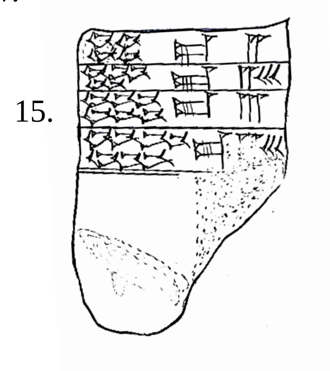
No (5)

IM.160707

Obv.

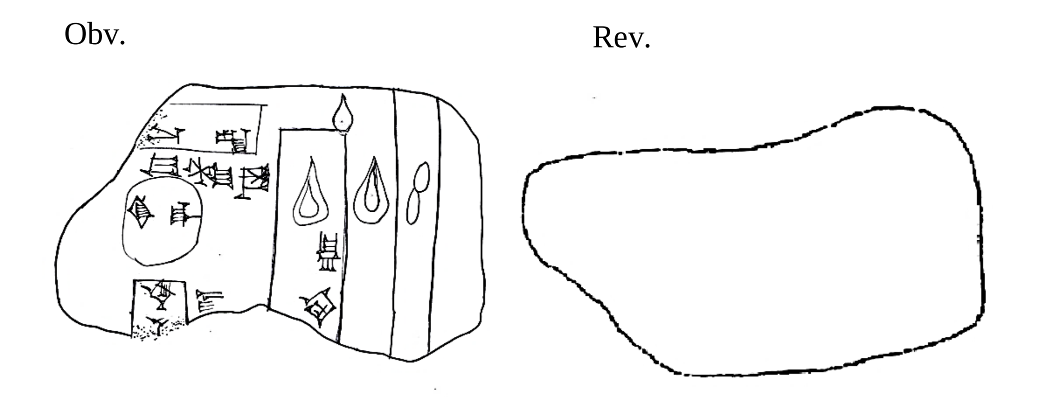


Rev.



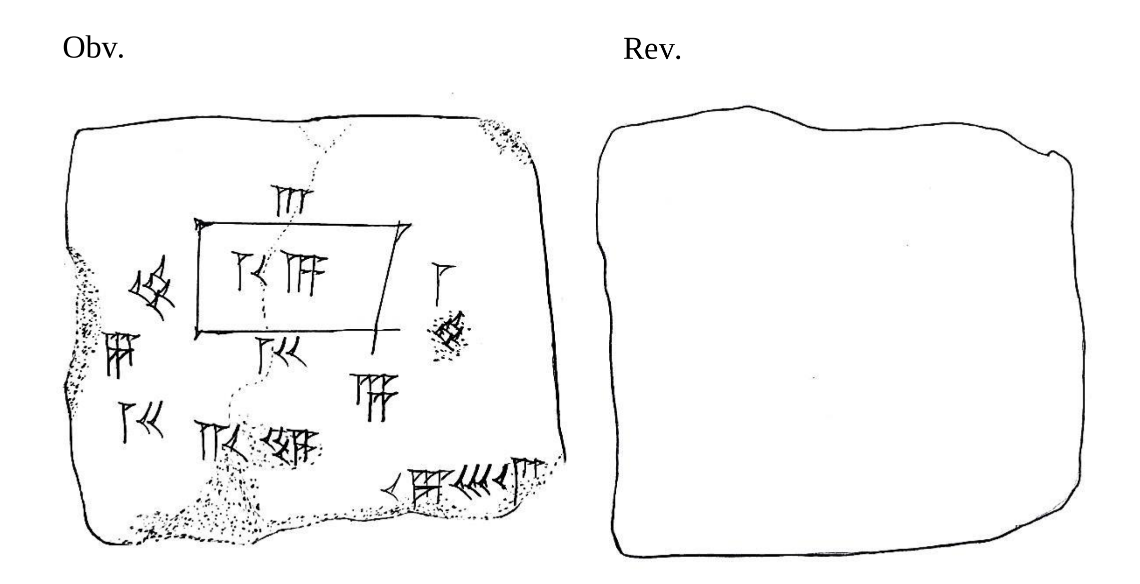
No (6)

IM.226243



No (7)

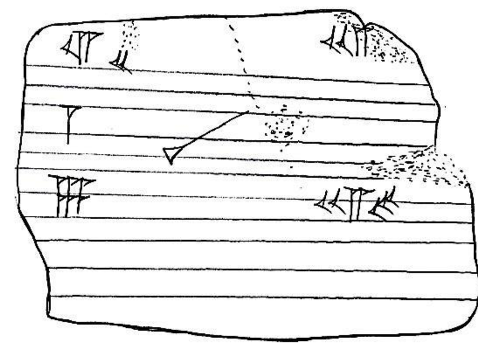
IM.160657

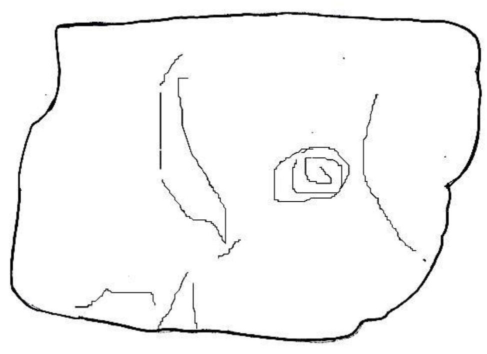


No (8)

IM.160740

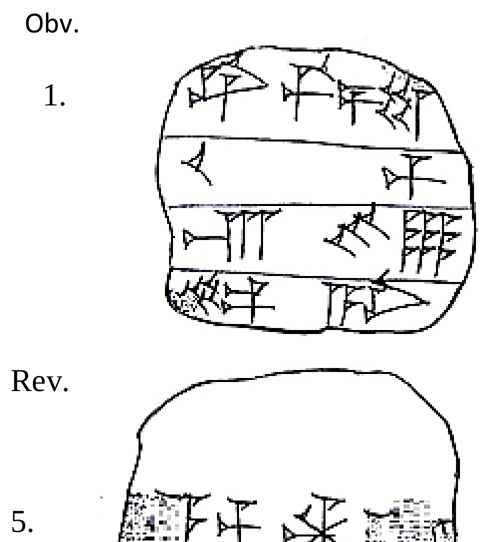






No (9)

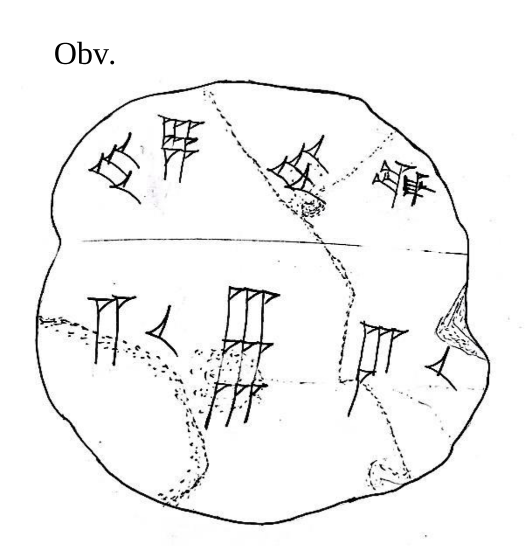
IM.160867



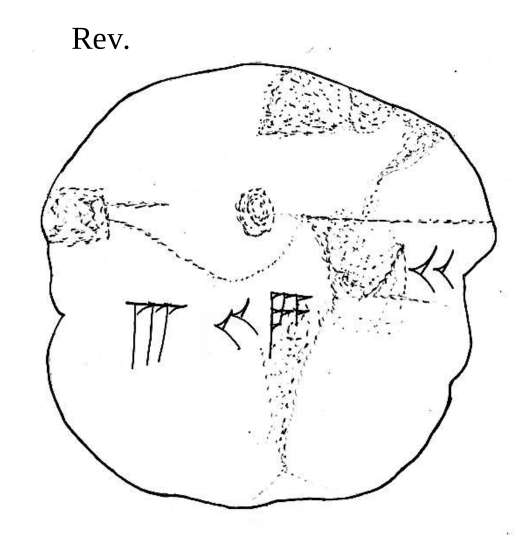
No (10)

IM.85069

Obv.

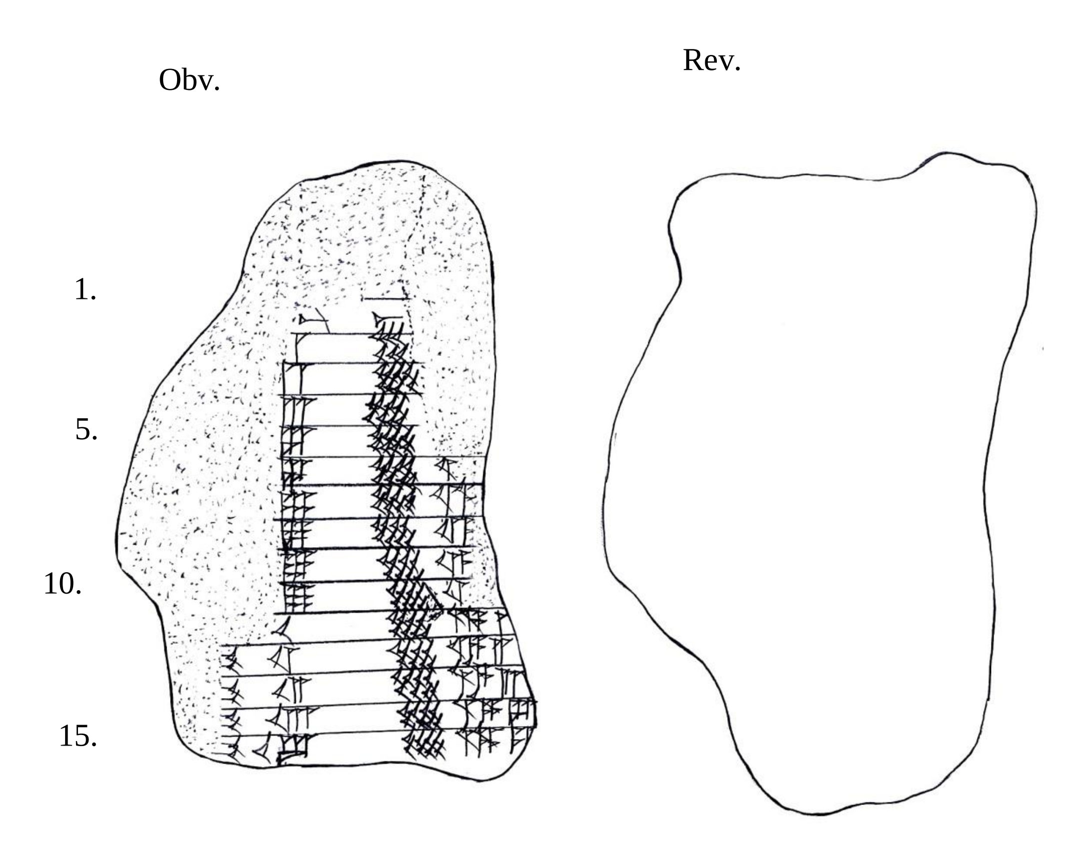


Rev.



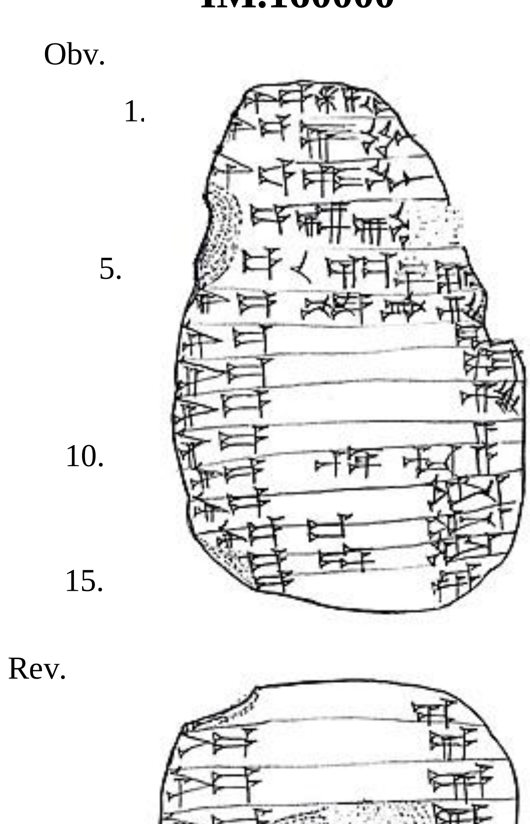
No (11)

IM.85072



No (12)

IM.160000



Rev.

20.

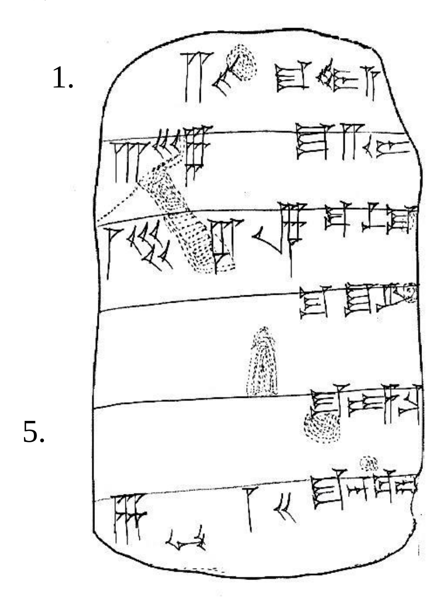
25.

30.

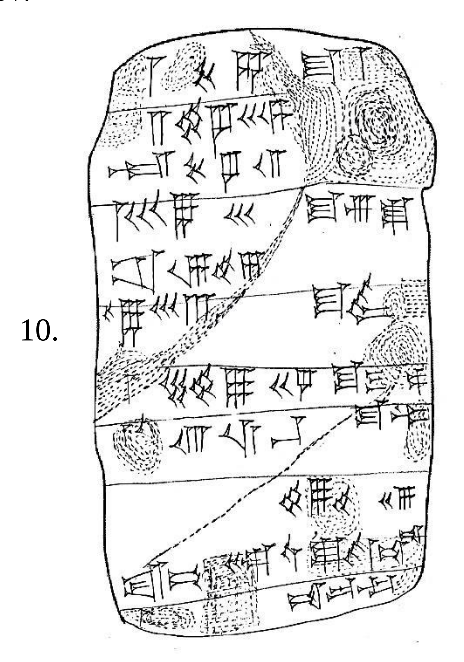
No (13)

IM.160534

Obv.



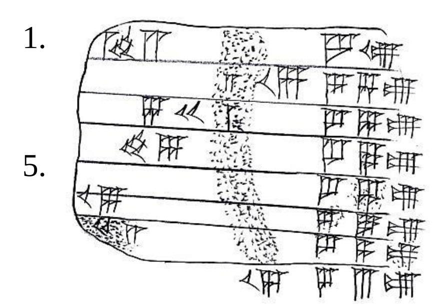
Rev.



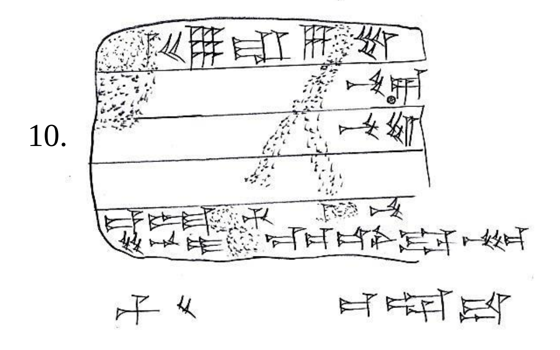
No (14)

IM.202653

Obv.

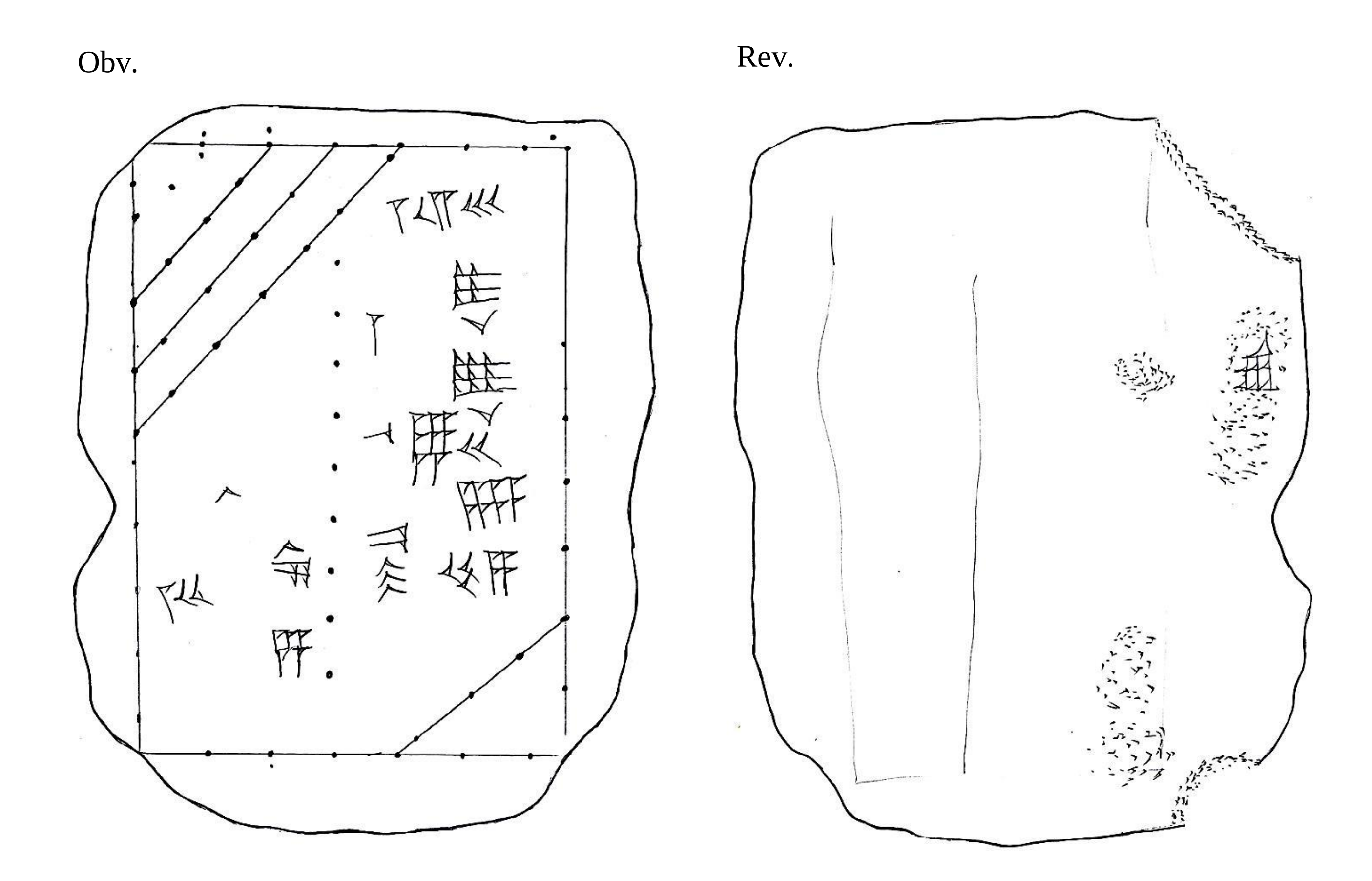


Rev.



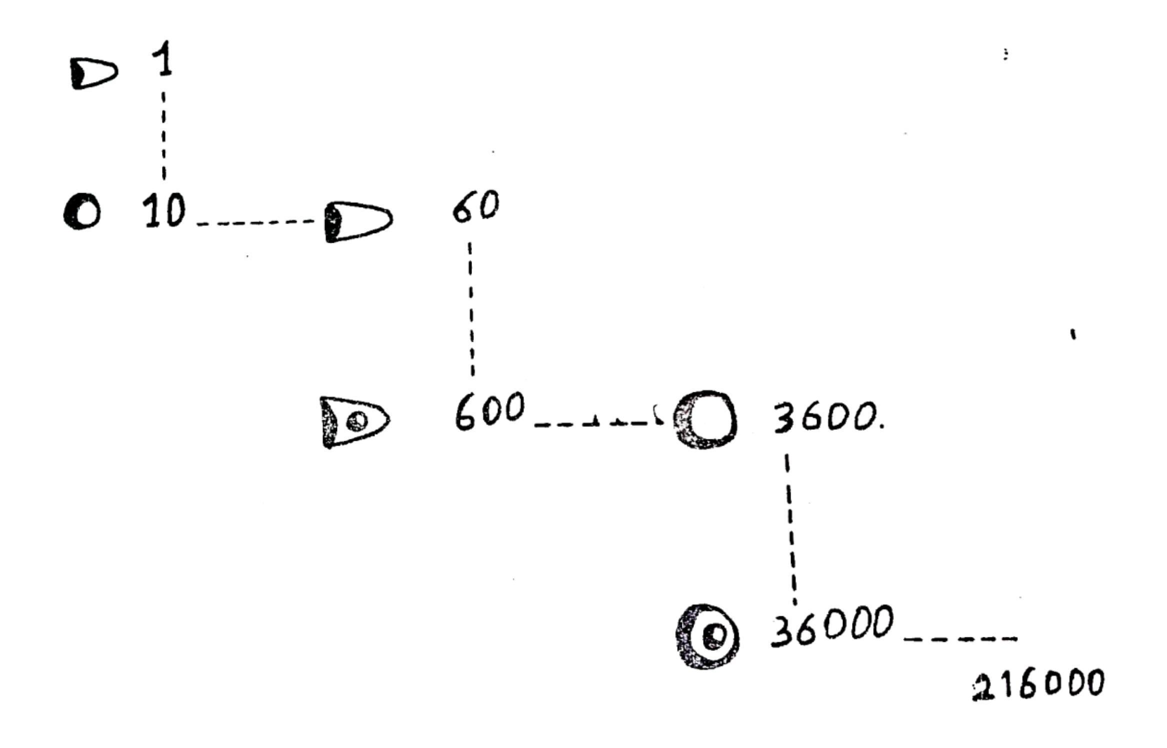
No (15)

IM.160097



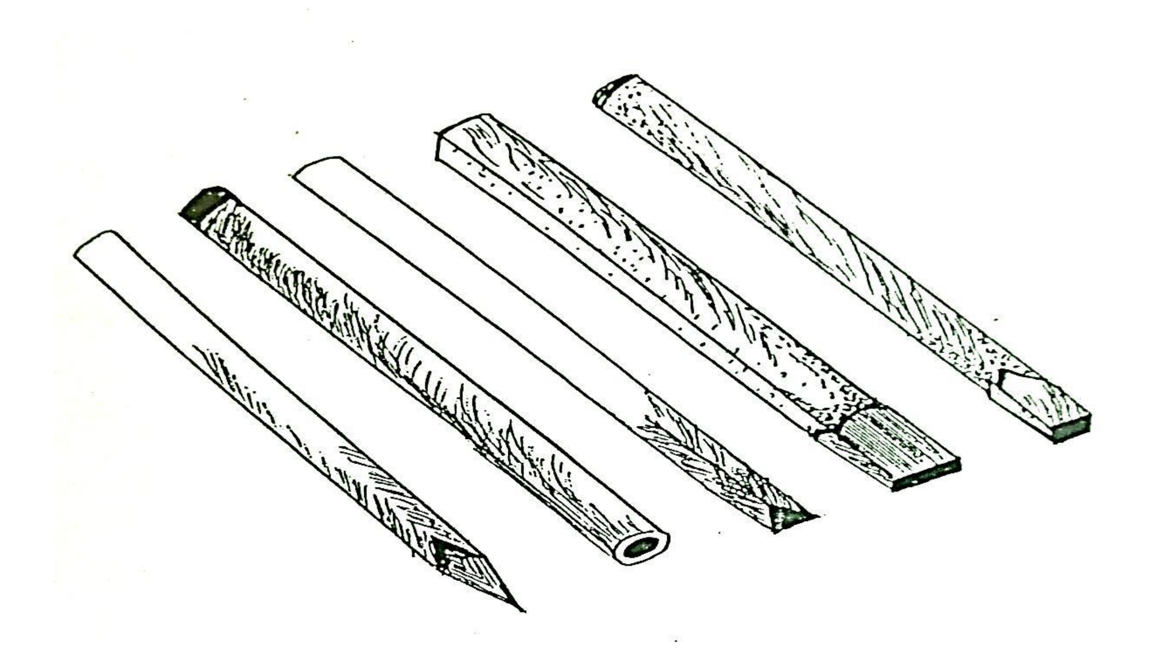


الاشكال الصور



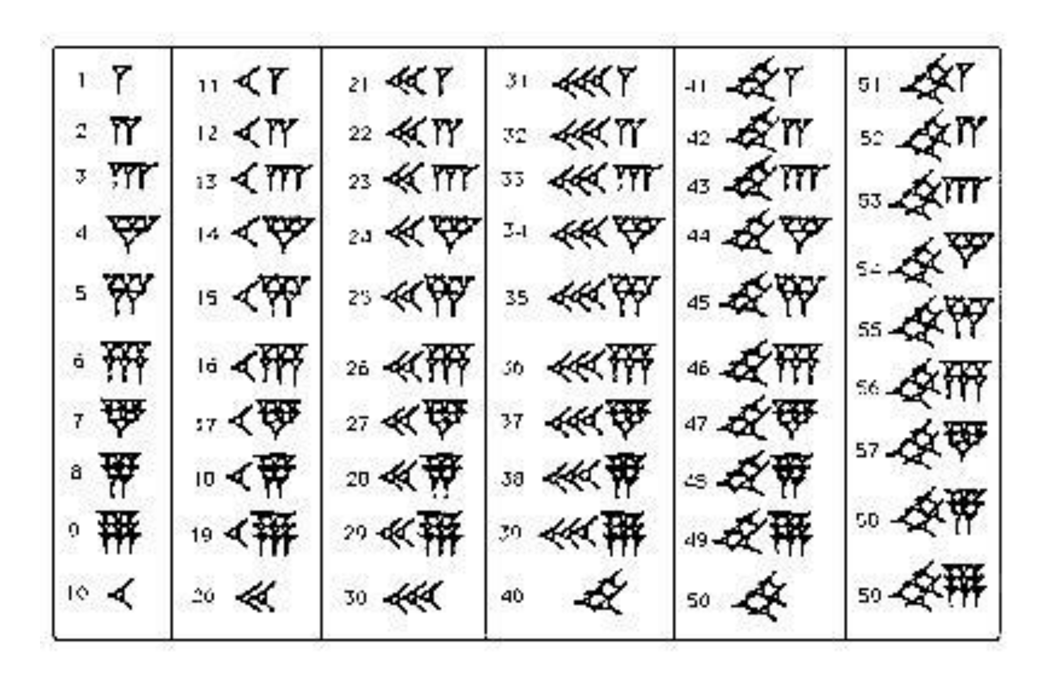
شكل رقم (1)

Jöran F. , Counting and Accounting in the Proto-Literate Middle East…….., op.cit , P.109 .



شكل رقم (2)

ينظر : اسماعيل ، خالد سالم ، المرتبة العددية......، المصدر السابق ، ص 72.



شكل رقم (3)

عمل الباحث

12,960,000 2,160,000 216,000 36,000 3,600 600 60 10 1

شكل رقم (4)

H.V. Hilprecht…………, op.cit . P.26.

العدد	معكوسه	العدد	معكوسه
٢	٣٠	٤٥	١ر٢٠
٣	٢٠	٤٨	١ر١٥
٤	١٥	٥٠	١ر١٢
٥	١٢	٥٤	١ر٦ر٥٠

شكل رقم (5)

ينظر : الراوي ، فاروق ناصر ، حضارة العراق ، المصدر السابق ، ص305.

Cuneiform	Transliteration	Decimal value
[illegible]	1,15	75
[illegible]	1,40	100
[illegible]	16,43	1003
[illegible]	44,26,40	160000
[illegible]	1,24,51,10	305470

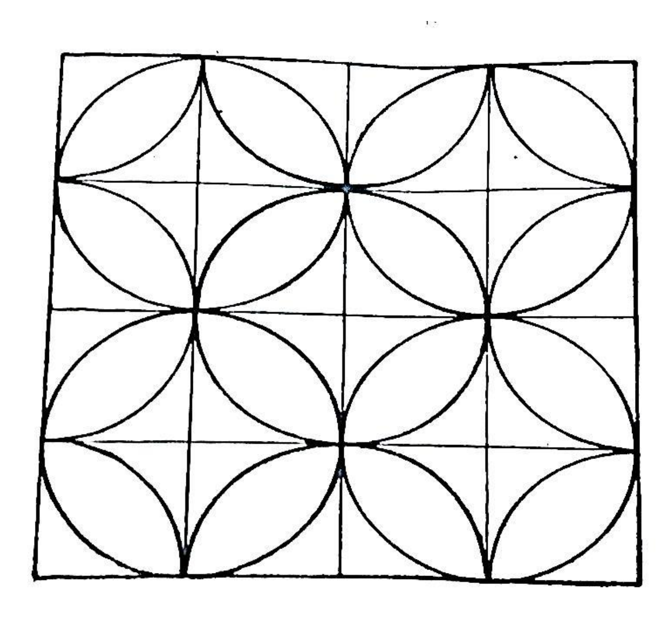
شكل رقم (6)

Luke Hodgkin , A History of Mathematics…….. , op.cit , P.38.,

4	2	2	=	2^{1}
8	3	4	=	2^{2}
16	4	8	=	2^{3}
32	5	16	=	2^{4}
64	6	32	=	2^{5}
128	7	64	=	2^{6}

شكل رقم (7)

الراوي ، فاروق ناصر ، <u>حضارة العراق</u> ، المصدر السابق ، ص309.



شكل رقم (8)

جون ، اوتس ، تاريخ بابل مصور........، المصدر السابق ، ص 281.

<u>RlA</u> 7, 1987-90, P.558.

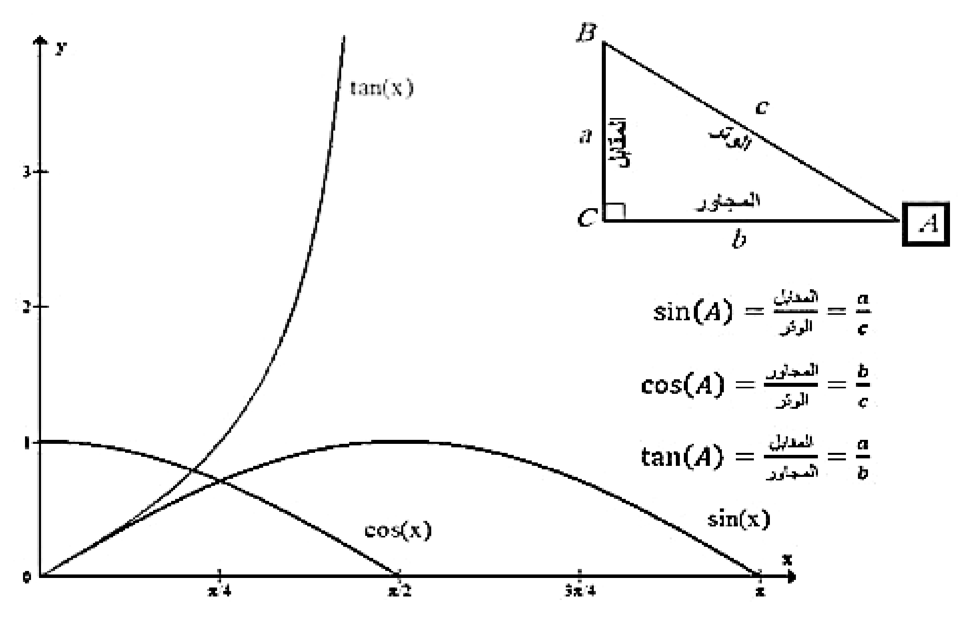
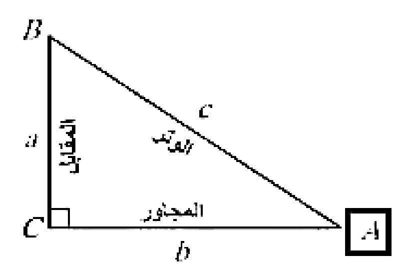


Figure 2 الدوال الثلاث المثلثية الأساسية

شكل رقم (9)

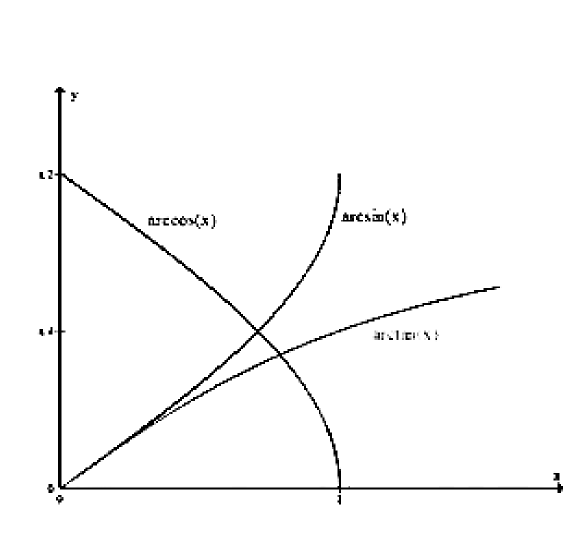
توري ، معجم الرياضيات المصور........، المصدر السابق ، ص60–61



$$A = \arcsin\left(\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}\right) = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$A = \arccos\left(\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}\right) = \arccos\left(\frac{b}{c}\right)$$

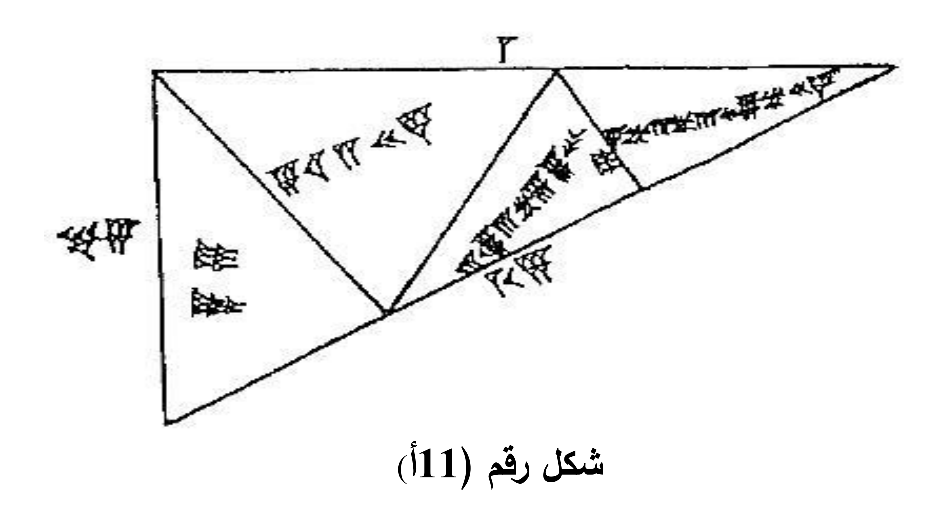
$$A = \arctan\left(\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}\right) = \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$$



معكوس الدوال الثلاث المثلثية الأساسية

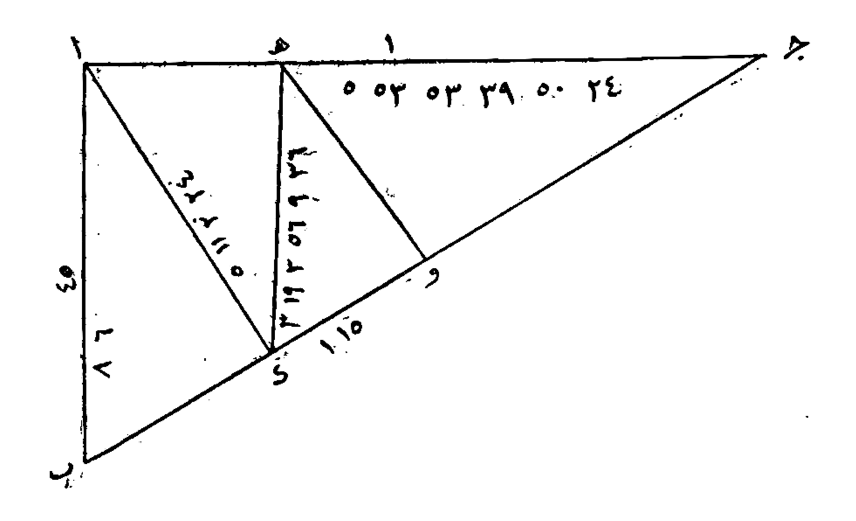
شكل رقم (10)

توري ، معجم الرياضيات المصور........، المصدر السابق ، ص60.



شكل رقم (11أ)

الراوي ، فاروق ناصر ، <u>حضارة العراق</u> ، المصدر السابق ، ص313.



شكل رقم (11ب)

باقر ، طه ، لوح رياضي على نظرية لاقليدس.... المصدر السابق ، ص6.

No (1)

IM.160505

Obv.

Rev.

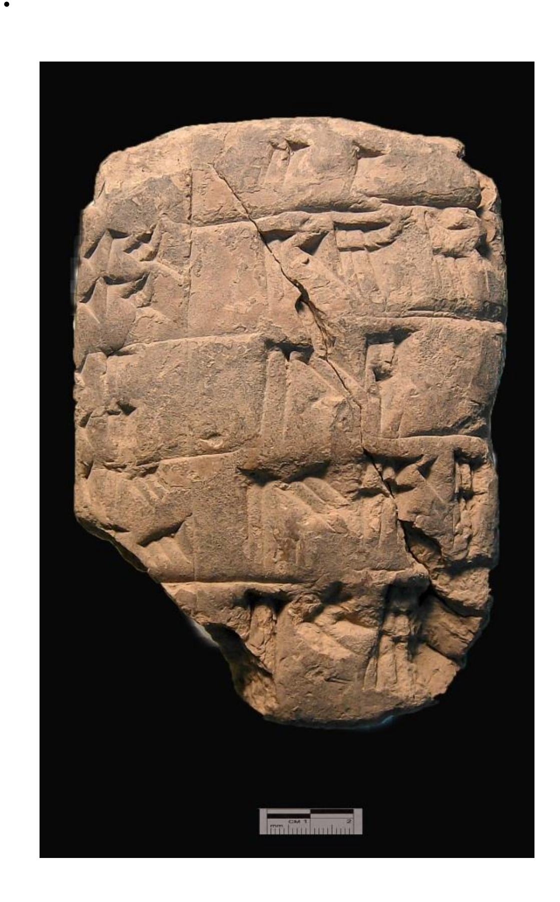




No (2)

IM.160774

Obv .



No (3)

IM.160094

No (4)

IM.160092

No (5)

IM.160707

Obv

Rev .



No (6)

IM.226243

Obv .　　　　　　　　Rev.



No (7)

IM.160657

Obv .   Rev.



No (8)

IM.160740

Obv . Rev.



No (9)

IM.160867

Obv .



Rev .

No (10)

IM.85069

Obv .

Rev .



No (11)

IM.85072

Obv . Rev.



No (12)

IM.160000

Obv . Rev .

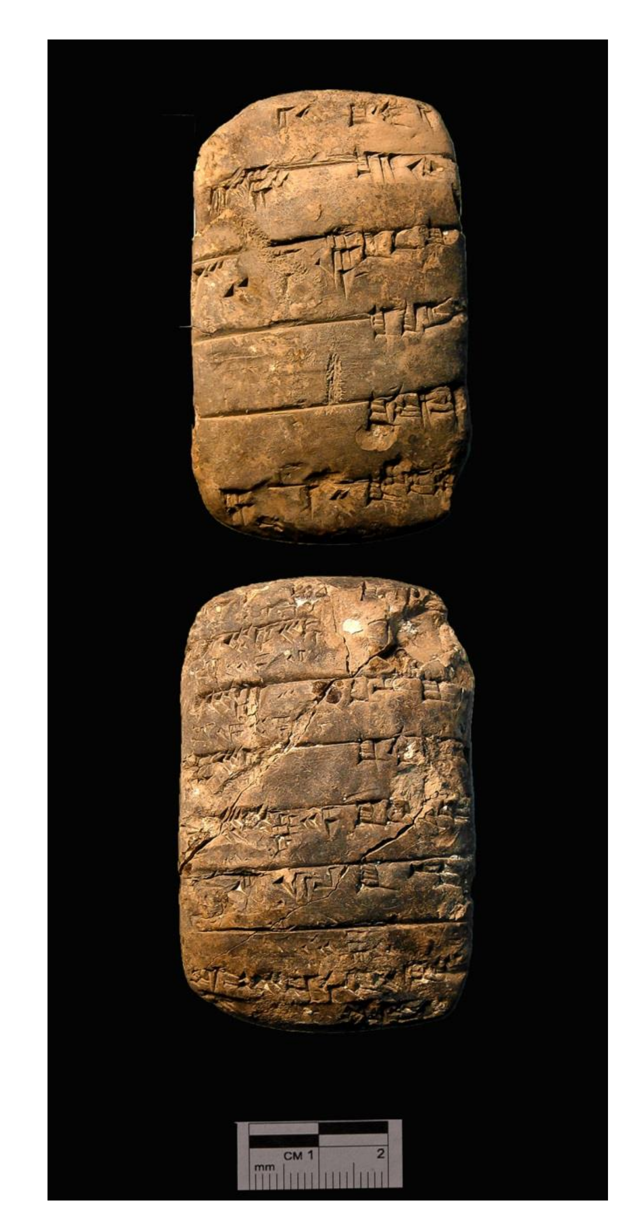


No (13)

IM.160534

Obv .

Rev.



No (14)

IM.202653

Obv.

Rev.

Up .edg

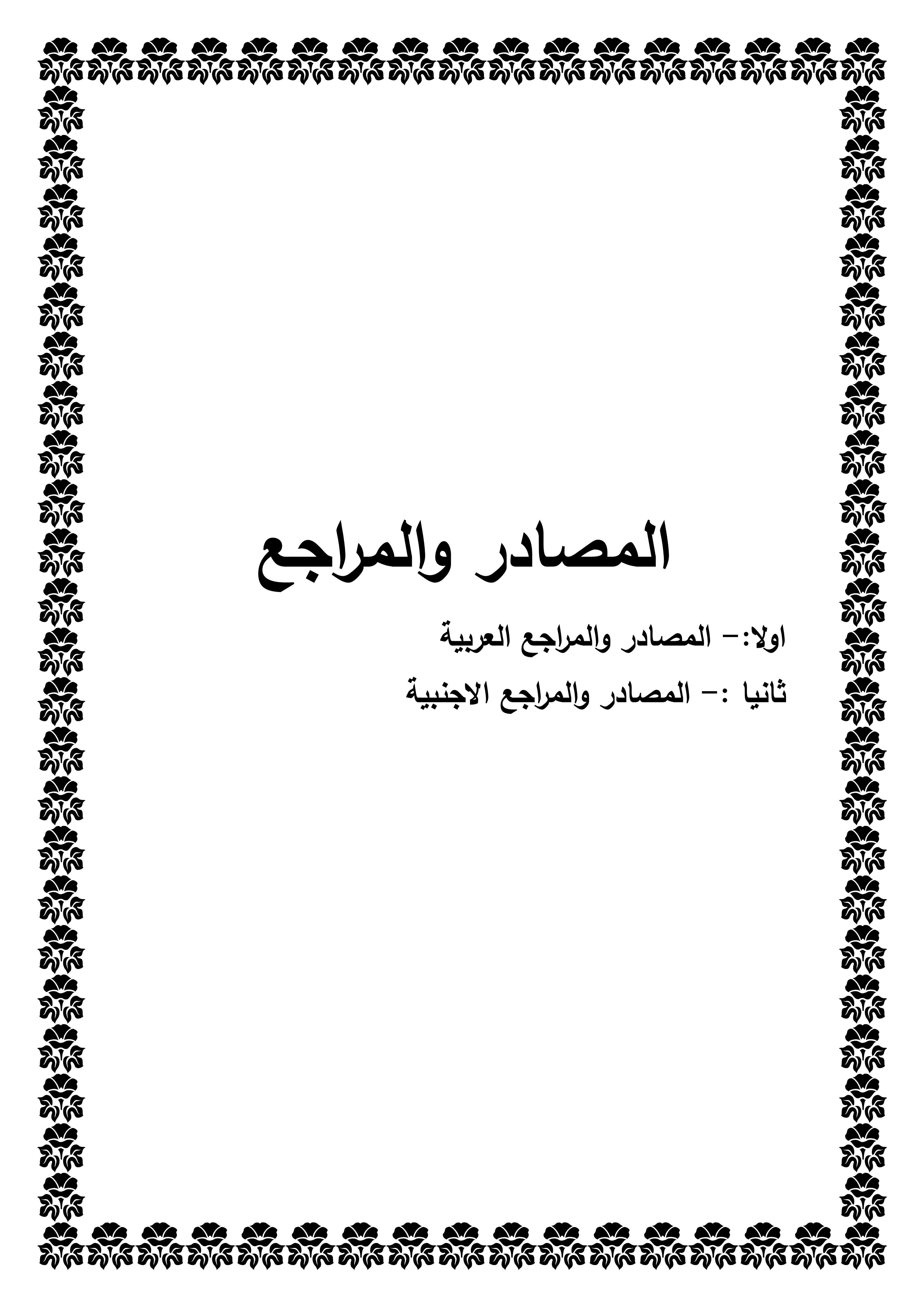


No (15)

IM.160097

Obv .　　　　　　　　　　　　Rev .





المصادر والمراجع

اولا:- المصادر والمراجع العربية

ثانيا :- المصادر والمراجع الاجنبية

المصادر والمراجع

***القران الكريم**

المصادر العربية:

1. ال ياسين ، محمد حسن ، الارقام العربية – مولدها – نشأتها – تطورها ، بغداد ، 1982.
2. ابن فارس ، أبو الحسن أحمد بن فارس بن زكريا اللغوي ، (ت395هـ/1004م) ، مجمل اللغة ، تحقيق : زهير عبد المحسن سلطان ، ج1، بيروت ، 1984.
3. ابن منظور ، أبو الفضل جمال الدين محمد بن مكرم ، لسان العرب ، ج1 ، حرف الحاء ، بيروت ، 1950.
4. ابن منظور ، ابو الفضل جمال الدين محمد بن مكرم، لسان العرب المحيط ، ط3،ج3، بيروت ، 1994.
5. اسماعيل ، خالد سالم ، " أسماء الاعداد في المدونات العراقية القديمة ومدونات البلدان المجاورة " الندوة العلمية على هامش مهرجان بابل الدولي الثاني عشر ، 2000.
6. اسماعيل ، خالد سالم ، تعليقات حول مصطلحات التوقيت في المصادر المسمارية ، مجلة اداب الرافدين ، الموصل ، ع:31 ، 1998 .
7. اسماعيل ، خالد سالم ، حساب المرتبة العددية في رياضيات العراق القديم ، مجلة اداب الرافدين ، ع32 ، الموصل ، 1999 .
8. اسماعيل ، خالد سالم ، مضاهر التوحد في العلوم الصرفة ، وقائع ندوة وحضارة بلاد الرافدين –دائرة التراث العربي والاسلامي في المجمع العلمي ، الموصل ، 2001 .

المصادر والمراجع............................

9. اسماعيل ، خالد سالم ، نص رياضي جديد من المتحف العراقي ، مجلة سومر ، ج1-2 ، مج51 ، 2001-2002 .

10. اسماعيل ، خالد سالم ، نصوص مسمارية غير منشورة من العصر البابلي القديم منطقة ديالى –تلول خطاب ، كلية الاداب ، جامعة بغداد ، 1990 .

11. الأسود، حكمت بشير ،"قدسية العدد سبعة في حضارة وادي الرافدين"، مجلة أفاق عربية، عدد 9، بغداد، 1985.

12. أوبنهايهم ، ليو ، بلاد ما بين النهرين ، ت سعدي فيضي عبد الرزاق ، ط2 ، بغداد ، 1986 .

13. اور ، اوستن ، نظرية الاعداد وتاريخها ، ت : محيي الدين يوسف ومحمد واصل الظاهر ، بغداد ، 1957 .

14. ايفز ، هوارد ، مقدمة في تاريخ الرياضيات ، ت : خالد أحمد السامرائي ، ط3 ، بغداد .

15. باقر ، طه ، لوح رياضي على نظرية لاقليدس ، مجلة سومر ، مج6 ، ج1 . 1950

16. باقر ، طه ، موجز في تاريخ العلوم والمعارف في الحضارات القديمة والحضارات العربية الاسلامية ، بغداد ، 1980 .

17. البكري ، محمد حمدي ، رموز الاعداد في الكتابات العربية ، مجلة كلية الاداب ، مج16 ، ج2 ، القاهرة .

18. بوغاميني ، ديفيد ، الرياضيات ، ت: نجاح شمعة قدورة ، دمشق ، 1969.

19. التميم ، عبدالله علي محمد ، العدد في اللغة الاكدية (دراسة مقارنة) ، رسالة ماجستير غير منشورة ، الموصل ، 2008.

المصادر والمراجع............................

20. الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة الاكدية – العربية ، أبو ظبي ، 2012.

21. الجبوري ، علي ياسين ، قاموس اللغة السومرية – الاكدية – العربية ، أبو ظبي ، 2016 .

22. الجبوري ، وسام حميد صباح جار ، المكاييل والمقاييس في العراق القديم في ضوء المصادر المسمارية ، كلية الاثار، جامعة الموصل ، 2011 .

23. جون ، اوتس ، تاريخ بابل مصور ، ت : سمير عبد الرحيم الجلبي ، بغداد ، 1990 ، ص 280.

24. الحميدة ، سالم محمد ، الارقام العربية ورحلة الارقام عبر التاريخ ، بغداد ، 1975.

25. الخوري ، موسى ديب ، قصة الارقام عبر حضارة الشرق القديم "دراسة تاريخية" ، منشورات وزارة الثقافة الجمهورية العربية السورية ، 2002.

26. الدليمي ، مؤيد محمد سليمان جعفر ، الاوزان في العراق القديم في ضوء الكتابات المسمارية المنشورة وغير المنشورة ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية الاداب ، جامعة الموصل ، 2001.

27. الراوي ، فاروق ناصر ، " الرياضيات عنصر حضاري متميز في العراق القديم" ، بحوث آثار حوض سد صدام وبحوث أخرى ، بغداد ، 1987 .

28. الراوي ، فاروق ناصر ، العراق في موكب الحضارة ، ج1 ، بغداد ، 1988.

29. الراوي ، فاروق ناصر ، العلوم والمعارف ، حضارة العراق ، ج2 ، بغداد ، 1985 ، ص303.

30. رشيد ، فوزي ، "العلوم الانسانية والطبيعية" موسوعة الموصل الحضارية ، ط:1 ، مج:1 ، دار الكتب للطباعة والنشر ، جامعة الموصل ، 1991 .

31. رشيد فوزي ، اللوح الرياضي من تل حرمل – قاعدة رياضية جديدة ، افاق عربية ، ع11 ، 1979 .

32. سارتون ، جورج ، تاريخ العلم ، ت: ابراهيم بيومي مدكور وأخرون ، دار المعارف ، مصر ، 1957 .

33. ساكز ، هاري ، عظمة بابل (موجز حضارة بلاد وادي الرافدين القديمة) ، ت : عامر سليمان ، الموصل ، 1979 .

34. السامرائي ، خالد أحمد ، رياضيات وادي الرافدين وأثرها في التراث الفكري الرياضي ، مجلة المورد ، مج14 ، ع4 ، 1964.

35. سعد ، قاسم علي، الارقام العربية – تأريخها واصالتها وما استعمله المحدثون وغيرهم منها، دبي – الامارات العربية المتحدة ، 2002 .

36. سليمان ، عامر ، الكتابة المسمارية ، الموصل ، 2000.

37. سليمان ، عامر ، اللغة الاكدية (البابلية – الاشورية) تاريخها وتدوينها وقواعدها ، الموصل ، 1991 .

38. سليمان عامر ، العراق في التاريخ القديم "موجز التاريخ الحضاري " ، ج2 ، الموصل ، 1993 .

39. سوسة ، احمد ، حضارة وادي الرافدين بين الساميين والسومريون ، بغداد ، 1980 .

40. شحيلات ، علي ، الحمداني ، عبد العزيز الياس ، مختصر تاريخ العراق ، المعالم الحضارية (النص الاول من اللف السادس قبل الميلاد – 637 ق.م) ، ج6 ، 2007 ، الموصل .

المصادر والمراجع...........................

41. عبد ، باسمة جليل ، نص رياضي جديد من العصر البابلي القديم ، مجلة سومر ، مج53 ، 2005 .

42. عبد ، باسمة جليل ، نصوص رياضية من المتحف العراقي ، مجلة سومر ، مج54 ، 2009.

43. عبد ، باسمة جليل ؛ الذهب ، أميرة عيدان ، نصوص مسمارية غير منشورة في المتحف العراقي السلسلة الاكدية ، ج1 ، بغداد ، 2015.

44. عبد اللطيف ، سجى مؤيد ، قواعد اللغة السومرية في ضوء نصوص سلالة لكش الاولى ، اطروحة دكتوراه غير منشورة ، قسم الاثار، كلية الاداب ، جامعة بغداد ، 2004 .

45. فريبرك ، ي ، الاعداد والقياسات في أقدم السجلات المكتوبة ، مجلة العلم ، الكويت ، مج3 ، 1987 .

46. الكرخي ، ابو بكر محمد بن الحسين ، البديع في الحساب ، تحقيق : عادل انبوبا ، بيروت ، 1964.

47. كونتنيو ، جورج ، الحياة اليومية في بلاد بابل وآشور ، ت: سليم طه التكريتي ، بغداد ، 1986 .

48. لارج ، توري ، معجم الرياضيات المصور ، ت:محمد دبس ، بيروت ، 2010 .

49. مريزيق ، هشام يعقوب ; درويش جعفر نايف ، أساليب تدريس الرياضيات ، ط1 ، دار الراية للنشر والتوزيع ، عمان ، 2008 .

50. الملائكة ، جميل ، "النظام الستيني عند العراقيين القدماء" ، إسهام العراقيين والعرب بتطوير الارقام ، مركز إحياء التراث العربي ، 1990 .

51. المنجد في اللغة الاعلام ، ط:45 ، باب الهاء ، دار المشرق ، بيروت ، 2012.

52. المنشداوي ، خضير عباس محمد ، المعونة في علم الحساب الهوائي (لابن العائم المقدسي المتوفي – 815هـ) ، بغداد ، 1988.

53. المنشداوي ، خضير عباس محمد ، تاريخ علم الرياضيات عند العرب ، جامعة بغداد ، كلية الاداب ، قسم التاريخ ، 1990.

54. موغريت روثن ، علوم البابليين ، ت : يوسف حبي ، دار الطليعة للطباعة والنشر ، بيروت ، 1980.

55. النعيمي ، شيماء علي أحمد ، الفلك في العراق القديم من القرن السابع الى القرن الرابع (ق.م) ، اطروحة دكتوراه غير منشورة ، كلية الاداب ، جامعة الموصل ، 2006 .

56. النعيمي ، شيماء علي أحمد عبد الرزاق ، المناهج التعليمية في العراق القديم في ضوء النصوص المسمارية ، قسم الاثار ، كلية الاداب ، جامعة الموصل ، 2001 .

57. هوبر ، الفريد ، رواد الرياضيات ، ت: لبيب جورجي ، القاهرة ، 1965.

58. هوجين لانسلوت ، الرياضة للمليون ، ت : حسن محمد حسين وآخرون ، مراجعة : محمد موسى احمد وآخرون ، دار العالم العربي ، القاهرة ، 1957 ، 1959.

59. اليانور ، روبسون ، الرياضيات في العراق القديم " التاريخ الاجتماعي" ، ت:هشام بركات بشر حسين ، ج1 ، الرياض ، 2013 .

المصادر والمراجع............................

المصادر الاجنبية:

1. A. Gittleman , History of mathematics , **PUS**, America , 1975.
2. A. J. Sachs , Two Neo-Babylonian Metrological Tables from Nippur , **JCS** , Vol: 1 , No: 1 , 1947.

3. A. J. Sachs, Babylonian Mathematical Texts I. Reciprocals of Regular Sexagesimal Numbers , **JCS** , Vol: 1, No: 3 ,1947.

4. A. Leo Oppenheim , Ancient Mesopotamian , University of Chicago , London , 1964.
5. A. Seidenberg , The Sixty System of Sumer , **AHES**, Vol: 2, No: 5, 1965 .
6. Abed , Basima Jaleel , Old Babylonian Mathematical Texts In The Iraqi Museum From Larsa and Pikasi , **Sumer** , vol: lv , 2010.
7. Asger A. , Some Seleucid Mathematical Tables (Extended Reciprocals and Squares of Regular Numbers) **JCS** , Vol: 19, No: 3 ,1965.
8. Asger A. , Two Atypical Multiplication Tables from Uruk , **JCS**, Vol: 22, No: 3/4 , 1968-1969 .
9. B. , Landsberger , R. , Erica , M. Civil The series ›AR-ra ‹ubullu. Tablets XVI, XVII, XIX, and Related Texts (**MSL**:10) Rome , 1970 .
10. Babylonian mathematics places, passages, stages , development , University, Rohtak , 2012.
11. Benjamin R. Foster , E. Robson , "A New Look at the Sargonic Mathematical Corpus" , **ZA** , vol:94 , 2004 .
12. Black, J. , & Others , A concise Dictionary of Akkadian , **CDA** , Wiesbaden , 2000.
13. Burton , D.M. The History of Mathematics , U.S.A , 1984.
14. Cajori. F. , A History of Mathematics , London, 1909.

15. D. E. Smith , History of Mathematics , **PUS** , vol:1 , America , 1958 .
16. D. Fowler ; E. Robson , Square Root Approximations in Old Babylonian Mathematics , Historia **YBC** Mathematica "Mathematics Institute, University of Warwick, Coventry CV4 7AL, United Kingdom" Oriental Institute, University of Oxford, Pusey Lane, Oxford OX1 2LE, United Kingdom , 25 , 1998.
17. Daniel F. Mansfield , N. J. Wildberger , Plimpton 322 is Babylonian exact sexagesimal trigonometry , **HM** , vol:44 , Sydney , 2017 .
18. Donald E. Knuth , Ancient Babylonian Algorithms , **ACM** , Vol : 15 , No: 7 , Stanford , 1972.
19. Douglas G. , The Significance of Ancient Mesopotamia in Accounting History , **AHJ**, Vol: 11, No: 1 , 1984 .
20. E. Gregersen , The Britannic Guide to the History of Mathematic , New York , 2011.
21. E. Robson , Accounting for Change: The Development of Tabular Book-keeping in Early Mesopotamia , Oxford .
22. E. Robson , Mathematics , Metrology, and Ional Numeracy, University of Cambridge , 2007 .
23. E. Robson , Neither Sherlock Holmes nor Babylon A Reassessment of Plimpton 322 , Historia Mathematica , vol : 28 , Oxford, 2001.
24. E. Robson , Learning mathematics and science in the ancient Middle East .
25. E. Robson , The uses of mathematics in ancient Iraq, 6000–600 BC ; from Mathematics Across Cultures: the History of Non-Western Mathematics , 2000.
26. E. Robson , Counting in Cuneiform Mathematics in School, Vol: 27, No: 4, History of Mathematics , 1998 .

27. E. Robson , Mesopotamian Mathematics 2100-1600 BC , Technical Constants in Bureaucracy and Education , **OECT** , vol: 14 , Oxford , 1997.
28. E. Robson , Mesopotamian Mathematics: Some Historical Background , University of Oxford .
29. E. Robson , Metrological weight place value correspondences , oxford , 2004 .
30. E. Robson , More than Metrology Mathematics Education in an Old Babylonian Scribal School , Oxford , 2004.
31. E. Robson , The Long Career of a Favorite Figure: The apsamikku in Neo-Babylonian Mathematics , University of Cambridge , 2007.
32. E. Robson , Three Old Babylonian Methods for Dealing with "Pythagorean" Triangles , **JCS** , Vol. 49 , Oxford, 1997.
33. E. Robson, Mathematics in Ancient Iraq A Social History , Princeton , University Press, Princeton And Oxford , 2008 .
34. F. Thureau- Dangin , Textes Mathematiques Babiyloniens , 1936 .
35. Floriam , O. , Ahistory of Mathematics , New York , 1948.
36. Gorden ,E , Sumerian Proverbs , philadilphia , 1959 .
37. H. V. Hilprecht , Mathematical , Metrological And Chronological Tablets from the Temple Library of Nippur , Vol:10 , part:1 , University of Pennsylvania , **BE**:20:1 , 1906 .
38. Hans .J. Nissen ; Peter Damerow ; Robert K.Englund , Archaic Bookkeeping Early Writing And Teechniques of Economic Administration in the Ancient Near East , Translated , Paul Larsen , university of Chicago , London , 1993 .
39. Hodg , Babylonian mathematics , chap1 , 2005.

40. J . Friberg , Geometric division problems, quadratic equations, and recursive geometric algorithms in Mesopotamian mathematics , **AHES**, Vol. 68, 2014.
41. J . Friberg , The Early Roots of Babylonian Mathematics. III: Three Remarkable Texts from Ancient Ebla', Vicino Oriente 6, 1986.
42. J . Høyrup ., Spengler and Mathematics in a Mesopotamian Mirror , University Roskilde , 2014 .
43. J. Friberg , Counting and Accounting in the Proto-Literate Middle East: Examples from Two New Volumes of Proto-Cuneiform Texts, **JCS** , Vol. 51 , 1999 .
44. J. Friberg , A Geometric Algorithm with Solutions to Quadratic Equations in a Sumerian Juridical Document from Ur III Umma , **CDLJ** , Technology, 2009 .
45. J. Friberg , A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Texts **ARCBMT,** Manuscripts in the Schöyen Collection Cuneiform Texts I , Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences , Sweden, 2007 .
46. J. Friberg , Geometric division problems, quadratic equations, and recursive geometric algorithms in Mesopotamian mathematics , **AHES** , Vol: 68, No: 1 , 2014 .
47. J. Friberg , Methods and Traditions of Babylonian Mathematics, II: An Old Babylonian Catalogue Text with Equations for Squares and Circles , **JCS** , Vol. 33, No.1 , New Haven , 1981.
48. J. George Gheverghese , Non-European Roots of Mathematics Third Edition , Oxford , 2011.
49. J. Hoyrup , Remarkable Numbers" in Old Babylonian Mathematical Texts: A Note on the Psychology of Numbers , **JENS** Vol. 52, No. 4 , University of Chicago , Press 1993.
50. J. Høyrup , The Roles of Mesopotamian Bronze Age Mathematics Tool for State Formation and Administration –

Carrierof Teachers' Professional Intellectual Autonomy vol:66, No:2 Roskilde University, Denmark , 2007.

51. J. Høyrup, A hypothetical history of Old Babylonian mathematics: places, passages, stages, development , Maharshi Dayanand University, Rohtak , 2012 ,
52. J. M. Dubbey , Mathematics of Ancient Babylon , **MS**, Vol:5, 1976.
53. K. R. Nejat , Systems for Learning Mathematics in Mesopotamian Scribal Schools , **JNES** , Vol. 54, No. 4 , 1995.
54. K. R. Nejat, Cuneiform Mathematical Texts AS A Reflection of Every Day Life in Mesopotamia , **AOS** , Vol :75 , New Haven , 1993.
55. K. S. Isma'el ; E. Robson , Arithmetical Tablets From Iraq Excavations in the Diyala , London , 2010.
56. Karine . C. The History of Mathematical , Cambridge , 2012.
57. L. Hodgkin , A History of Mathematics From Mesopotamia to Modernity , University of , Oxford , 2005.
58. L. Yong ; A. Tian se , Fleeting Footsteps Tracing The Conception of Arithmetic and Algebra in Ancient China , Revised Edition , World Scientific , Singapore , 2004.
59. Louis C. K. , New Light on Babylonian Mathematics , **AJSL** , Vol: 52, No: 2, Chicago ,1936.
60. M. A. Powell , Sumerian Numeration and Metrology , University of Minnesota , 1971.
61. M.A. Poweel , Metrology and Mathematics in Ancient Mesopotamia , **CANE** ,
62. Mark Altaweel , Investigating agricultural sustainability and strategies in northern Mesopotamia: results produced using a socio-ecological modeling approach , **JAS** , vol:35 , 2008.
63. Mark Swanson , The Babylonian Number System

64. Mathieu Ossendrijver , The Powers of 9 And Related Mathematical Tables From Babylon , **JCS** , Vol: 66 , 2014.
65. Morris K. , Mathematical Thought from Ancient to Modern Times , Vol : 3 , Oxford , 1972.
66. O. Neugebauer & A.J. Sachs , Mathematical and Metrological Texts , **JCS** Vol: 36, No: 2 , 1984.
67. O. Neugebauer & A.J. Sachs , Some Atypical Astronomical Cuneiform Texts, II , **JCS** , Vol: 22, No: 3/4 ,1968-1969.
68. O. Neugebauer & Sachs , Mathematical Cuneiform Texts , **AOS** , vol:29 , New Haven , 1986.
69. O. Neugebauer , Mathematische Keilschrift Texte **MKT** , vol:3, 1935.
70. O. Neugebauer ., J. Stenzel ., O. Toeplitz , Quellen Und Studien Zur Geschichte Der Mathematik Astronomie Und Physik ,
71. O. Neugebauer, Mathematische keilschrift-texte. In Quellen undStudien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie, und Physik, Vol. A3, Pt. 1, 1935,
72. O.Neugebauer , On a special use of the sign `zero' in cuneiform astronomical texts , **AOS** , Vol: 61 , 1941.
73. Oppenheim , A.L., "On An Operational Device in Mesopotamian Bureacracy", **JNES**, Vol:18, 1959 .
74. Oppenheim , L. , & Others , The Assyrian Dictionary of The Oriental Institute of The University of Chicago **CAD**, Chicago , 1956 ff.
75. R. Michel Dummett , “What is Mathematics About” in Alexander George , Mathematics and Mind, Oxford University Press, Oxford, 1994.
76. Rahul R. , On Ancient Babylonian Algebra and Geometry , Delhi. , 2003 .

77. Raymond C. A. , Babylonian Mathematics **HSS** , Vol: 26, No: 1 , 1936 .
78. S. Parpola , Etymological Dictionary of the Sumerian Language **DSL** , lexical Evidence Part :1/2 , No :16/1 , 2016.
79. S.D. Elliot Lazere, Cathy A. Out of Their Minds The Lives and Discoveries of 15 Great Computer Scientists, Springer , 1998.
80. Sagg , H , W , F , Eevery Day Life in Babylonia and Assyria , London , 1965 .
81. SchuneideR , N, Die Keilschviftzeichen der wirtschaftsurhunden Von UR III , Istanbul .
82. T. Jacobsen , Mathematical Cuneiform Texts , **BASOR** , No: 102 , 1946 .
83. T. Mann , History of Mathematics and History of Science, Vol: 102 University of Chicago , 2011.
84. Tom. B. Jones , Bookkeeping In Ancient Sumer , Archaeology, Vol: 9, No: 1 1956.
85. Von Soden , W. , Akkadische Handwörterbuch , Weisbadan , (**AHw**) , 1955 FF.
86. Waerden , van , Babylonian , Astronomy , III The Thirty six stars , **JNES** , Vol:8 , 1949.
87. Walker , Christophers , Astronomy befor the telescope , London , 1999 .
88. Zeidler , E. , User's Guide to Mathematics. Oxford , 2004.

Abstract

The roots of science and knowledge in Mesopotamia extend back to the pre-writing period and during the middle and late of the fourth millennium BC. Man, with the invention of cuneiform writing and the codification of language, was able to transfer his experiences to subsequent generations, especially what concerns science and knowledge. As soon as writing appeared, science and knowledge in modern times became a haven for researchers looking for knowledge, information, research and investigating the attempts of those who preceded them without the need to start from scratch, but starting where the predecessors reached and trying to explain and understand what they reached, as we received many cuneiform writings in Mesopotamia, which reflect their interest in mathematics.

Every science of life has a long story and a fascinating history full of adventures and surprises where man was the first to lay the foundations in the light of the requirements of his life and the desire to invent new ways to reduce the difficulties of life and recorded those innovations on the texts of clay, including mathematical texts.

The source of the texts under study is a collection of texts belonging to the Iraqi Museum (15) cuneiform texts.

The thesis is divided into three chapters:

The first chapter: Mathematics in Mesopotamia has been divided into six sections. The first one dealt with the mathematics and its historical roots while the second section dealt with the reasons for the emergence of mathematics. The third section highlighted the method of calculation and expression of numbers and figures. The fourth section is the most important systems adopted, the decimal system and the sexagesimal system in Mesopotamia. The fifth section dealt with algebra and engineering in the civilization of Mesopotamia,

while sixth section highlighted the most important event in the history of mathematics which is the zero.

The second chapter: types of the mathematical texts. It was divided into three sections. The first section dealt with arithmetic operations. The second one dealt with square and cubical roots, and finally the third section was geometry and algebra.

The third chapter was: the unpublished cuneiform texts.
As for the appendices where the lists, tables, copies of the cuneiform texts and their photos are listed, followed by the message and the conclusions that this study reached at.

Ministry of Higher Education and Scientific Research

University of Baghdad

College of Arts

Department of Archaeology



MATHEMATICAL ISSUES IN THE LIGHT OF PUBLISHED AND UNPUBLISHED CUNEIFORM TEXTS

A THESIS

SUBMITTED TO THE COUNCIL OF THE COLLEGE OF ARTS UNIVERSITY OF BAGHDAD IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MATER OF ARTS IN ANCIENT ARCHAEOLOGY(CUNEIFORM STUDIES)

BY

Shuaib Firas Ibrahim Al-Qattan

SUPERVISED BY

PROF. BASIMA JALIL ABID, PH.D.

1440 A.H. **2018 A.D**